

Addition et Soustraction des Nombres relatifs

Activité 1 : étude des déplacements d'une bicyclette

Pour un déplacement de 1 unité en arrière puis 2 unités en avant , nous écrirons

$$(-1) + (+2) = +1 \quad ; \quad (-1) + (-2) = -3 \quad . (-2) + 5,5 = 3,5$$

Propriété :

La somme de deux nombres relatifs est un nombre relatif .

Quel est son signe ? et à quoi est égale sa distance à zéro ?

Activité 2 :

La somme de deux nombres relatifs négatifs

a	b	a + b	Signe de a+b	Distance de a + b	Distance a+ distance b
-1	-0,5	-1,5	-	1,5	1,5
-3	-2	-5	-	5	5
-4	-1,5	-5,5	-	5,5	5,5
-1	-5	-6	-	6	6

Règle 1

La somme de deux nombres relatifs négatifs est un nombre relatif négatif et sa distance à zéro est égale à la somme des distances à zéro des deux nombres.

La somme de deux nombres relatifs positifs

a	b	a + b	Signe de a+b	Distance de a + b	Distance a+ distance b
2	3	5	+	5	5
5,5	+4	9,5	+	9,5	9,5
1	7	8	+	8	8
10	14,6	24,6	+	24,6	24,6

La somme de deux nombres relatifs positifs est un nombre relatif positif et sa distance à zéro est égale à la somme des distances à zéro des deux nombres.

Résumons :

La somme de deux nombres relatifs de même signe est un nombre relatif de même signe et sa distance à zéro est égale à la somme des distances à zéro des deux nombres .

La somme de deux nombres relatifs de signes contraires :

a	b	a + b	Signe de a+b	Distance de a + b	Distance a+ distance b
-2	4,5	2,5	+	2,5	$4,5 - 2 = 2,5$
4	-8	-4	-	-4	$8 - 4 = 4$
-6	4	-2	-	-2	$6 - 4 = 2$
-5	7	2	+	2	$7 - 5 = 2$

La somme de deux nombres relatifs de signes contraires est un nombre relatif son signe est le signe du nombre de plus grande distance à zéro, et sa distance à zéro est égale à la différence des distance à zéro des deux nombres.

Mémoire :

Diagram illustrating the rule for adding two numbers with opposite signs:

- $(+)$ + $(+)$ = $(+)$
- $(-)$ + $(-)$ = $(-)$
- $(-)$ + $(+)$ = $\left[\begin{array}{l} \text{signe du} \\ \text{nombre} \\ \text{de plus} \\ \text{grande} \\ \text{distance} \end{array} \right]$

Annotations for the third case:

- Sa distance à zéro
- Somme des distances
- Différence des distances

3) Propriétés:

Calculer :

$$6,5 + (-6,5) = 0$$

$$(-75) + 75 = 0$$

La somme de deux nombres opposés est égale à zéro

Soient a et b deux nombres relatifs

$$a + b = b + a$$

$$a + 0 = a$$

La différence de deux nombres relatifs:

Complétons la 3^{ème} colonne avec une calculatrice, puis cherchons la propriété utilisée:

a	b	a - b	(-b) L'opposé de b	a + (-b)
-2	-4	2	4	2
13	17	-4	-17	-4
-15,5	-10	-5,5	10	-5,5
-7,2	10	-17,2	-10	-17,2
12	112	-100	-112	-100

Je déduis que :

$$a - b = a + (-b)$$

Autrement dit , soustraire un nombre revient à ajouter son opposé

Exemples :

$$17 - 24 = 17 + (-24) = (-7)$$

$$(-100) - (-50) = (-100) + 50 = (-50)$$

5) Somme algébrique:

Définition :

Une somme algébrique est une suite d'addition et de soustraction de nombres

Calculons : $S = (+6) - (+7) + (-9) - (-8) + (-5)$

1^{ère} façon

On écrit la somme algébrique S à l'aide de l'addition uniquement.

$$\begin{aligned} S &= (+6) - (+7) + (-9) - (-8) + (-5) \\ &= (+6) + (-7) + (-9) + (+8) + (-5) \\ &= (-7) + (-9) + (-5) + (+8) + (+6) \\ &= (-21) + (+14) \\ S &= (-7) \end{aligned}$$

2^{ème} façon

On simplifie directement l'écriture de la somme en supprimant les parenthèses, puis on regroupe les nombres positifs et les nombres négatifs

$$\begin{aligned} S &= (+6) - (+7) + (-9) - (-8) + (-5) \\ &= 6 - 7 - 9 + 8 - 5 \\ &= 6 + 8 - 7 - 9 - 5 \\ &= 14 - 21 \\ S &= (-7) \end{aligned}$$