

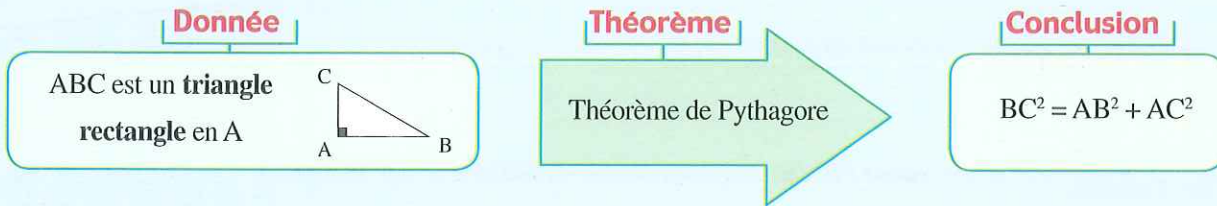
Théorème de Pythagore

1 THÉORÈME DE PYTHAGORE (*directe*)

Théorème 1

Si un triangle est rectangle, alors le carré de l'hypoténuse est égal à la somme des carrés des côtés de l'angle droit.

Autrement dit :



Utilisation du théorème de Pythagore

Cette propriété ne s'applique qu'aux triangles rectangles.

Elle permet de calculer la longueur du troisième côté d'un triangle rectangle dont on connaît déjà les longueurs de deux côtés.

Remarque : ABC est un triangle rectangle en A ; alors : $AB^2 = BC^2 - AC^2$ et $AC^2 = BC^2 - AB^2$.

Exemples : 1) EFG est un triangle rectangle en E tel que : $EF = 4$ et $EG = 8$.

Calculons FG.

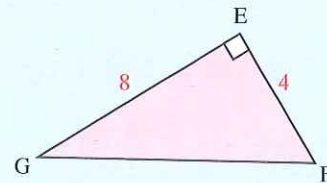
EFG est un triangle rectangle en E ;

donc d'après le théorème de Pythagore : $FG^2 = EF^2 + EG^2$

$$FG^2 = 4^2 + 8^2 = 16 + 64 = 80.$$

$$\text{Donc : } FG = \sqrt{80} \text{ car } FG > 0.$$

$$\text{Ainsi : } FG = 4\sqrt{5}.$$



2) ABC est un triangle tel que : $AB = 42$ cm ; $CB = 46$ cm et $CA = 62$ cm.

Montrons que ABC n'est pas un triangle rectangle.

Si ce triangle est rectangle, seul le côté [CA] peut être son hypoténuse (car c'est le côté le plus long).

Dans le triangle ABC, le plus long côté est [CA]; donc on calcule séparément CA^2 et $CB^2 + AB^2$.

Théorème de Pythagore suite

On a : $CA^2 = 62^2$ et $AB^2 + BC^2 = 42^2 + 46^2$

$$CA^2 = 3844 \quad \text{et} \quad AB^2 + BC^2 = 1764 + 2116 = 3880.$$

Or si le triangle était rectangle, d'après le théorème de Pythagore, on a : $CA^2 = AB^2 + BC^2$.

Comme $CA^2 \neq AB^2 + BC^2$; alors le triangle ABC n'est pas rectangle.

2 RÉCIPROQUE DU THÉORÈME DE PYTHOGORE

Théorème 2

Si la somme des carrés de deux côtés d'un triangle est égale au carré du troisième côté, alors ce triangle est rectangle (au sommet opposé à ce troisième côté).

Autrement dit :

Donnée

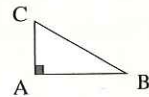
ABC est un triangle
tel que : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Théorème

Réciproque du
théorème de Pythagore

Conclusion

Le triangle ABC est
rectangle en A



Utilisation de la réciproque du théorème de Pythagore.

Cette propriété permet de démontrer qu'un triangle dont on connaît les longueurs des trois côtés, est rectangle.

Exemple : EFG est un triangle tel que : $EF = 13$, $EG = 5$ et $FG = 12$.

Montrons que EFG est un triangle rectangle.

On a : $EF > EG$ et $EF > FG$.

Comparons EF^2 et $EG^2 + FG^2$.

On a : $EG^2 + FG^2 = 5^2 + 12^2 = 25 + 144 = 169$

et $EF^2 = 13^2 = 169$.

Donc : $EF^2 = EG^2 + FG^2$.

D'où EFG est un triangle rectangle en G (d'après la réciproque du théorème de Pythagore)

