

EXAMEN NATIONAUX DE MATHEMATIQUES

<https://monecole.casa>

<https://monecole.casa>

1	الصفحة:
4	

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2003
- الموضوع -

الجمهورية المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي والبحث العلمي



سلطة التربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقوية والامتحانات

والتوجيه

3	مدة الإجازة	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Calcul intégral	2 points
Exercice 2	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	3,5 points
Exercice 4	Géométrie dans l'espace	2,5 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et suites numériques	9 points

2	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2003 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعبتي العلوم التجريبية والعلوم

1	Exercice 1 : (2 points)
1	1. En utilisant une intégration par parties, calculer l'intégrale : $I = \int_1^2 \ln(x) dx$.
1	2. Calculer l'intégrale : $J = \int_0^{\ln 4} x \sqrt{e^x} dx$ (on pourra poser $t = \sqrt{e^x}$).
0,5 1 1,5	Exercice 2 : (3 points) Un sac contient six boules blanches portant les nombres 0, 0, 0, 1, 1, 2 et deux boules noires portant les nombres 0 et 1 (les boules sont indiscernables au toucher). On tire simultanément et au hasard deux boules du sac. 1. Calculer les probabilités des deux événements suivants : A : " les deux boules tirées sont de même couleur ". B : " le produit des nombres portés par les deux boules est nul ". 2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe la somme des deux nombres portés par les deux boules tirées. Déterminer la loi de probabilité de X.
1 1,5 1	Exercice 3 : (3,5 points) Soit m un nombre complexe de module $\sqrt{2}$ et α un de ses arguments. Dans l'ensemble des nombres complexes, on considère l'équation : $(E) : mz^2 - 2z + \overline{m} = 0$ (on rappelle que $\overline{m}$ est le conjugué de m et que $ m = \sqrt{m\overline{m}}$). 1. Montrer que les deux solutions de l'équation (E) sont : $z' = \frac{1+i}{m} \text{ et } z'' = \frac{1-i}{m}.$ 2. Ecrire sous forme trigonométrique z' , z'' et $\frac{z'}{z''}$. 3. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes z' , z'' et $z' + z''$ respectivement. Montrer que le quadrilatère OACB est un carré.
0,5	Exercice 4 : (2,5 points) On considère, dans l'espace muni d'un repère orthonormé, le point $A(2, 0, 2)$ et le plan (P) d'équation : $x + y - z - 3 = 0$. 1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D) passant par le point A et orthogonale au plan (P).

3	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2003 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية بعمالة

0,5	2. Déterminer les coordonnées de B point d'intersection de la droite (D) et le plan (P).
1	3. On considère la sphère (S) de centre A et qui coupe le plan (P) suivant le cercle de centre B et de rayon 2.
0,5	a) Déterminer le rayon de la sphère (S).
	b) Ecrire une équation cartésienne de la sphère (S).
Problème : (9 points) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $\begin{cases} f(x) = \ln(1-x^3) & \text{si } x < 0 \\ f(x) = 4x\sqrt{x} - 3x^2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$ Soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.	
0,5	1.a) Montrer que f est continue au point 0.
1	b) Montrer que f est dérivable au point 0 (on rappelle que : $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$).
1,5	2. Montrer que la fonction f est décroissante sur les deux intervalles $]-\infty; 0[$ et $[1; +\infty[$ et croissante sur l'intervalle $[0; 1]$.
0,5	3.a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
0,5	b) Vérifier que : pour tout $x < 0$, $\frac{f(x)}{x} = 3 \frac{\ln(-x)}{x} + \frac{\ln(1-x^3)}{x}$.
0,5	c) Etudier les deux branches infinies de la courbe (C).
1	4. Construire la courbe (C).
0,5	5. Soit h la restriction de la fonction f à l'intervalle $]-\infty; 0[$.
1	a) Montrer que h admet une fonction réciproque dont on précisera l'ensemble de définition J.
	b) Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout x de J.
	6. On considère la suite (u_n) définie par :
	$u_0 = \frac{4}{9} \text{ et pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}, u_{n+1} = 4u_n\sqrt{u_n} - 3u_n^2.$
	On pourra, ci-après, utiliser les résultats de l'étude de la fonction f.

4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2003 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعبه العلوم التجريبية بمسالكها

0,5	a) Montrer par récurrence que : pour tout n de $\mathbb{N}$, $\frac{4}{9} \leq u_n \leq 1$.
0,5	b) Montrer que la suite (u_n) est croissante.
1	c) En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2003
- الموضوع -

LE TRACÉ I NCVOGO
FICADON I DOZEC ADET
A DOZEC FICADON
A DOZEC FICADON A DOZEC FICADON



الوزارة الوطنية للتعليم
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقوية والامتحانات

والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	2,5 points
Exercice 2	calcul intégral	2,5 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	2,5 points
Exercice 4	Nombres complexes	3,5 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et suites numériques	9 points

2	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2003 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعب العلوم التجريبية ومعالمتها

	Exercice 1 : (2,5 points) Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct, on considère le plan (P) et la sphère (S) définis respectivement par les équations cartésiennes : $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2z + 1 = 0$
0,5	1. Déterminer le centre et le rayon de la sphère (S) .
0,5	2. Montrer que le plan (P) est tangent à la sphère (S) .
1,5	3. Déterminer le point d'intersection du plan (P) et la sphère (S) .
	Exercice 2 : (2,5 points)
1	1. Calculer l'intégrale : $I = \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{1}{x} \ln(x) dx$.
1	2.a) Déterminer les deux réels a et b pour que :
	$\frac{2}{1+t} = a + \frac{b}{1+t}$ pour tout réel t différent de -1 .
0,5	b) Calculer l'intégrale : $J = \int_2^7 \frac{1}{1 + \sqrt{2+x}} dx$ (on pourra poser $t = \sqrt{2+x}$).
	Exercice 3 : (2,5 points) Un sac contient six boules indiscernables au toucher et portant les nombres : $-2, -1, 0, 1, 1, 2$. On considère l'épreuve suivante : On tire simultanément et au hasard trois boules du sac.
	1. On considère, après avoir effectué cette épreuve, les deux événements suivants :
	A : "parmi les boules tirées, il y a au moins une portant le nombre 1".
	S : "la somme des nombres que portent les trois boules est nul".
0,5	a) Calculer la probabilité de l'événement A .
1	b) Montrer que la probabilité de l'événement S est égale à $\frac{1}{5}$.
1	2. On répète l'épreuve précédente quatre fois (on remet à chaque fois les boules tirées dans le sac).
	Quelle est la probabilité pour que l'événement S soit réalisé trois fois exactement.
	Exercice 4 : (3,5 points)
0,5	1.a) Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe : $(4+i)^2$.

3 4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2003 - الموضوع - مادة الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية وعلوم الصحة
1	b) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation : $z^2 + (2 - 3i)z - 5(1 + i) = 0$	
	2. On considère dans le plan complexe, les points A, B et C d'affixes respectives: $a = 1 + 2i$, $b = -3 + i$ et $c = 6i$.	
1	a) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $\frac{c-a}{b-a}$.	
1	b) En déduire que le triangle ABC est rectangle isocèle.	
	Problème : (9 points) Première partie : On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par: $f(x) = x - 2\sqrt{x} + 2$	
0,5	1. Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.	
0,5	2. Etudier la dérivabilité de la fonction f à droite au point 0.	
1	3. Montrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[0, 1]$ et croissante sur l'intervalle $[1, +\infty[$.	
	Deuxième partie : On considère la suite (u_n) définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.	
1	1. Montrer par récurrence que : $1 \leq u_n \leq 2$, pour tout n de $\mathbb{N}$.	
0,5	2. Montrer que la suite (u_n) est décroissante.	
1	3. En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.	
	Troisième partie : On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[0, +\infty[$ par :	
	$g(x) = \ln(x - 2\sqrt{x} + 2)$	
	Et soit (C) la courbe représentative de la fonction g dans un repère orthonormé.	
0,5	1.a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.	
0,5	b) Etudier la branche infinie de la courbe (C) .	
1	2. Etudier les variations de la fonction g	

4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2003 - الموضوع
4		

- مادة الرياضيات - طلبة العلوم التجريبية بعالمها

		(on admet q ... $g(x) - g(0)$...)
1	3. Construire	
0,5	4. Soit h la restriction de la fonction g à l'intervalle $[1, +\infty[$.	
	a) Montrer que h admet une fonction réciproque dont on précisera l'ensemble de définition J .	
1	b) Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout x de J .	

1 4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2004 - الموضوع -	 وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والاعتمادات والتوجيه
--------	---------	--	---

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3,5 points
Exercice 2	Nombres complexes	3,5 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques	10 points

2	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2004 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - خيرة العلوم التجريبية ومعالجتها

	Exercice 1 : (3,5 points) L'espace (E) est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ Soit (S) l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que : $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 2z + 2 = 0$.
1	1. Montrer que (S) est une sphère de centre $\Omega(0, 2, -1)$ et de rayon $r = \sqrt{3}$.
0,25	2.a) Vérifier que le point $A(-1, 1, 0)$ appartient à la sphère (S) .
1	b) Ecrire une équation du plan (P) tangent à la sphère (S) au point A .
0,5	3.a) Vérifier que : $x + y + z - 2 = 0$ est une équation cartésienne du plan (Q) passant par le point $B(1, 3, -2)$ et $\vec{n}(1, 1, 1)$ est un vecteur qui lui est normal.
0,75	b) Montrer que (Q) coupe (S) suivant un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.
	Exercice 2 : (3,5 points) On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $(E): z^2 - 4iz - 4(1+i) = 0.$ On désigne par z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation (E) tel que : $\Re(z_1) > 0$.
1	1. Montrer que le discriminant de l'équation (E) est : $\Delta = [2\sqrt{2}(1+i)]^2$ puis déterminer z_1 et z_2 .
1	2. On pose : $a = 2i$ et $b = \sqrt{2}(1+i)$. Vérifier que : $z_1 = a + b$ et $z_2 = a - b$ puis écrire a et b sous forme trigonométrique.
	3. On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives a, b et z_1 .
1	a) Représenter les points A, B et C et vérifier que : $\overline{OC} = \overline{OA} + \overline{OB}$ et que $OA = OB$.
0,5	b) En déduire que $OBCA$ est un losange et que : $\arg(z_1) \equiv \frac{3\pi}{8} [2\pi]$.
	Exercice 3 : (3 points) Un sac contient neuf jetons indiscernables au toucher : deux jetons blancs portant le nombre 1, trois jetons rouges portant les nombres 1, 2 et 2 et quatre jetons noirs portant les nombres 1, 1, 2 et 2. On tire simultanément et au hasard trois jetons du sac.

3	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2004 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية وبمجالها

0,75	1. Calculer les probabilités des événements suivants :
0,75	A : " les trois jetons tirés sont de couleurs différentes (un jeton de chaque couleur)".
0,75	B : " les trois jetons tirés portent le même nombre".
0,75	C : " au moins un jeton parmi les jetons tirés est rouge".
0,75	2. Calculer la probabilité de l'événement $A \cap B$.
Exercice 4 : (10 points)	
I) Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par :	
$f(x) = 1 - \frac{1}{2}x - \frac{2}{e^x + 1}.$	
(C) est la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.	
0,5	1.a) Vérifier que : $\frac{1}{e^{-x} + 1} = 1 - \frac{1}{e^x + 1}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
0,5	b) En déduire que f est une fonction impaire.
0,5	2. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
1,25	3.a) Montrer que : $f'(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
0,5	b) Donner le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}^+$.
0,5	c) En déduire que : $1 - \frac{2}{e^x + 1} \leq \frac{1}{2}x$ pour tout x de $\mathbb{R}^+$.
0,5	4. Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[f(x) - \left(1 - \frac{1}{2}x \right) \right] = 0$ puis interpréter géométriquement ce résultat.
1,5	5. Tracer dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$ la droite d'équation $y = 1 - \frac{1}{2}x$ puis construire la courbe (C) .
1,25	6. a) En posant $t = e^{-x}$, montrer que $\int_{-1}^0 \frac{1}{1 + e^x} dx = \ln \left(\frac{e + 1}{2} \right)$.
0,75	b) Calculer l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les deux droites d'équations : $x = -1$ et $x = 0$.

4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2004 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية بفما

II) Soit (u_n) la suite numérique définie par :

$$u_0 = 1 \text{ et } u_{n+1} = 1 - \frac{2}{e^{u_n} + 1} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

0,5 1. Montrer par récurrence que : $u_n > 0$, pour tout n de $\mathbb{N}$.

0,5 2.a) Vérifier, en utilisant le résultat de la question I) 3.c), que :

$$u_{n+1} \leq \frac{1}{2} u_n, \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

0,5 b) En déduire que la suite (u_n) est décroissante.

0,75 3. Montrer que : $u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$, pour tout n de $\mathbb{N}$ puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2004
- الموضوع -

ROYAUME DU MAROC
MINISTRE DE L'EDUCATION
NATIONALE
A BOUJOURJAJ
A BOUJOURJAJ A BOUJOURJAJ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Suites numériques	2,5 points
Exercice 2	Géométrie dans l'espace	3,5 points
Exercice 3	Nombres complexes	3 points
Exercice 4	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 5	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	8 points

2	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2004 - الموضوع
4	—	— مادة الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية وبمآلها

Exercice 1 : (2,5 points) On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = 1 \text{ et } u_{n+1} = \frac{u_n^3}{3u_n^2 + 1} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$	
0,5	1.a) Montrer que : $u_n > 0$, pour tout n de $\mathbb{N}$.
0,5	b) Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
0,25	c) En déduire que la suite (u_n) est convergente.
0,5	2.a) Montrer que : $u_{n+1} \leq \frac{1}{3}u_n$, pour tout n de $\mathbb{N}$.
0,75	b) En déduire que : $u_n \leq \left(\frac{1}{3}\right)^n$, pour tout n de $\mathbb{N}$ puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
Exercice 2 : (3,5 points) On considère dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, les points $A(1, 2, -2)$, $B(0, 3, -3)$ et $C(1, 1, -2)$ et le plan (P) d'équation : $x + y - 3 = 0$.	
0,5	1.a) Calculer la distance du point $\Omega(0, 1, -1)$ au plan (P) .
1	b) En déduire qu'une équation cartésienne de la sphère (S) de centre $\Omega(0, 1, -1)$ et tangente au plan (P) est : $x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 2z = 0$.
0,75	2.a) Déterminer $\overline{AB} \wedge \overline{AC}$ puis en déduire que les points A , B et C ne sont pas alignés.
0,5	b) Montrer que : $x - z - 3 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) .
0,25	3.a) Vérifier que la sphère (S) est tangente au plan (ABC) .
0,5	b) Calculer la distance ΩC et en déduire le point de contact de (S) et le plan (ABC) .
Exercice 3 : (3 points) On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation suivante : $(E): 2z^2 - 2iz - 1 = 0.$	
0,75	1.a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) . (z_1 et z_2 sont les deux solutions de l'équation tel que $\Re(z_1) > 0$).
0,5	b) Ecrire z_1 et z_2 sous forme trigonométrique.

0,75	2. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, on considère les points A, B et S d'affixes respectives :
0,5	$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i, b = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i \text{ et } s = i.$
0,5	a) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $\frac{a-s}{b-s}$.
	b) En déduire que le triangle SAB est équilatéral et rectangle en S .
	c) Montrer que le quadrilatère $OASB$ est un carré.
0,5	Exercice 4 : (3 points)
0,5	Un sac U_1 contient deux jetons portants le nombre 1 et quatre jetons portants le nombre 2 (les jetons sont indiscernables au toucher), un autre sac U_2 contient trois boules rouges et quatre boules vertes (les boules sont aussi indiscernables au toucher).
	On tire au hasard un jeton du sac U_1 .
	1. Calculer la probabilité de chacun des deux événements suivants :
	A : " le jeton tiré porte le nombre 1".
	B : " le jeton tiré porte le nombre 2".
	2. On considère dans cette question l'expérience aléatoire suivante :
	On tire un jeton du sac U_1 et on note le nombre qu'il porte :
	- Si ce nombre est 1, on tire une boule du sac U_2 .
	- Si ce nombre est 2, on tire simultanément deux boules du sac U_2 .
	Soit n le nombre de boules rouges tirées du sac U_2 et E_n l'événement : " tirer exactement n boules rouges".
1,5	a) Montrer que : $p(E_1) = \frac{11}{21}$ et $p(E_2) = \frac{2}{21}$.
0,5	b) Calculer la probabilité de l'événement A sachant que l'événement E_1 est réalisé.
	Exercice 5 : (8 points)
	Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie par :
	$f(x) = \ln(x^2 - 2x + 2).$
	(C) est la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.
0,25	1.a) Vérifier que : $x^2 - 2x + 2 = (x-1)^2 + 1$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0,75	b) En déduire que f est définie sur $\mathbb{R}$ puis calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
0,5	2. Montrer que : $f(2-x) = f(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire que la droite d'équation $x=1$ est un axe de symétrie de la courbe (C) .
0,5	3.a) Vérifier que : $f(x) = 2\ln(x) + \ln\left(1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right)$ pour tout x de l'intervalle $[1; +\infty[$.
0,5	b) En déduire que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ puis interpréter géométriquement ce résultat.
0,5	4.a) Montrer que : $f'(x) = \frac{2(x-1)}{(x-1)^2 + 1}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
0,5	b) Donner le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
0,5	5.a) Montrer que : $f''(x) = \frac{2x(2-x)}{[(x-1)^2 + 1]^2}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
0,5	b) Etudier la concavité de la courbe (C) .
0,75	6. Construire la courbe (C) .
	7. Soit h la restriction de la fonction f à l'intervalle $[1; +\infty[$.
0,5	a) Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera.
0,5	b) Déterminer $h^{-1}(x)$ pour tout x de J .
0,5	8. a) En posant $t = x - 1$, montrer que : $\int_0^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 \ln(1+t^2) dt$.
0,5	b) En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_{-1}^1 \ln(1+t^2) dt = \ln 2 - 2 \int_{-1}^0 \frac{t^2}{1+t^2} dt$
0,5	c) Montrer que : $\int_{-1}^0 \frac{t^2}{1+t^2} dt = 1 - \frac{\pi}{4}$ (remarquer que : $\frac{t^2}{1+t^2} = 1 - \frac{1}{1+t^2}$ pour tout t de $\mathbb{R}$).
0,25	d) En déduire l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les deux droites d'équations : $x=1$ et $x=0$.

1 4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2005 - الموضوع -	 المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والاعتمادات والتوجيه
--------	---------	---	---

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de questions indépendantes entre elles, deux exercices et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Questions	Nombres complexes et calcul intégral	4,5 points
Exercice 1	Géométrie dans l'espace	2,5 points
Exercice 2	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et suites numériques	10 points

2	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2005 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية ومعالمتها

Questions : (4,5 points)	
1	1. Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation : $z^2 - 2(1+2i)z + 1 + 4i = 0.$
1	2. Montrer que : $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^{12} = 1.$
1	3. En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_1^e x^2 \ln x \, dx = \frac{2e^3 + 1}{9}.$
1,5	4. Montrer que : $\int_2^4 \frac{dx}{x\sqrt{x-1}} = \frac{\pi}{6}$ (on pourra poser : $t = \sqrt{x-1}$).
Exercice 1 : (2,5 points)	
On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé, la sphère S d'équation : $(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$ et le plan P d'équation : $x + y - 3 = 0.$	
1	1. Montrer que le plan P est tangent à la sphère $S.$
1,5	2. Déterminer les coordonnées du point de contact de P et $S.$
Exercice 2 : (3 points)	
Une urne contient trois boules blanches et sept boules noires (les boules sont indiscernables au toucher).	
1. On tire au hasard, simultanément, deux boules de l'urne. Soit A et B les deux événements suivants : A : "Les deux boules tirées sont noires". B : "Parmi les deux boules tirées, une boule au moins est blanche".	
1,25	Montrer que la probabilité de l'événement A est égale à $\frac{7}{15}$ et que la probabilité de l'événement B est égale à $\frac{8}{15}.$
2. On considère l'expérience aléatoire suivante : On tire une boule de l'urne, si la boule est blanche, on arrête le tirage et si elle est noire on la met de côté puis on tire une deuxième et dernière boule de l'urne. Soit C et D les deux événements suivants : C : "Avoir une boule blanche au premier tirage". D : "Avoir une boule blanche".	
0,75	a) Calculer la probabilité de l'événement $C.$

3	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2005 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - ختبة العلوم التجريبية ومعالما

1	b) Montrer que la probabilité de l'événement D est égale à $\frac{8}{15}$.
	Problème : (10 points) Première partie : On considère les deux fonctions g et h définies sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $g(x) = x - 1 - \ln x \text{ et } h(x) = x + (x - 2) \ln x.$ 0,75 1.a) Calculer $g'(x)$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$ puis étudier le sens de variations de la fonction g. 0,25 b) En déduire que : $g(x) \geq 0$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$. 0,5 2.a) Montrer que : $h(x) = 1 + g(x) + (x - 1) \ln x$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$. 0,5 b) Montrer que : $(x - 1) \ln x \geq 0$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$. 0,5 3. En déduire que : $h(x) > 0$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$. Deuxième partie : On considère la fonction f définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$ par : $f(x) = 1 + x \ln x - (\ln x)^2.$ Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé. 0,5 1.a) Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ puis interpréter géométriquement le résultat. 1 b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis déterminer la branche infinie de la courbe (C) au voisinage de $+\infty$ (remarquer que : $f(x) = 1 + x \ln x \cdot \left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$) 0,5 2.a) Montrer que : $f'(x) = \frac{h(x)}{x}$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$. 0,25 b) En déduire que la fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]0; +\infty[$. 3. Soit (Δ) la droite tangente à la courbe (C) au point A(1;1). 0,5 a) Montrer que $y = x$ est une équation cartésienne de la droite (Δ). 0,5 b) Vérifier que : $f(x) - x = (\ln x - 1)g(x)$ pour tout x de l'intervalle $]0; +\infty[$. 1 c) Etudier le signe de $f(x) - x$ puis en déduire la position relative de la courbe (C) et la droite (Δ).

4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2005 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعب العلوم التجريبية ومضامها

0,75	4. Construire la courbe (C) et la droite (Δ) dans le même repère. (on admettra que la courbe (C) possède un point d'inflexion d'abscisse comprise entre 1 et 1,5). Troisième partie : On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = \sqrt{e} \text{ et } u_{n+1} \cong f(u_n) \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$
0,5	1. Montrer par récurrence que : $1 < u_n < e$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
1	2. Montrer que la suite (u_n) est décroissante. (on pourra utiliser le résultat de la question 3.c) de la deuxième partie).
1	3. En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2005
- الموضوع -

ROYAUME DU MAROC
MINISTRE DE L'EDUCATION
NATIONALE
A BOUJOURJAJ
A BOUJOURJAJ, A BOUJOURJAJ



المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المعني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

والتوجيه

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	المعامل	7

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de questions indépendantes entre elles, trois exercices et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Questions	Equations différentielles, nombres complexe, calcul intégral et suites numériques	4 points
Exercice 1	Géométrie dans l'espace	2 points
Exercice 2	Nombres complexes	2,5 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3,5 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	8 points

2 4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2005 - الفوسط - مادة الرياضيات - خعبة العلوم التجريبية بمالما
1	Questions : (4 points)	
1	1. Résoudre l'équation différentielle : $y'' + y' - 6y = 0$.	
1	2. Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe : $Z = \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i}$.	
1	3. En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x) \cdot \ln(1 + \cos(x)) dx = \frac{\pi}{2} - 1.$ (on rappelle que : $\sin^2(x) = 1 - \cos^2(x)$)	
1	4. On pose : $u_n = n + \left(\frac{1}{3}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$. Calculer, en fonction de n , la somme : $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n$.	
	Exercice 1 : (2 points)	
	Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé, on considère le plan P d'équation : $x - z + 1 = 0$ et la sphère S de centre $\Omega(1,0,0)$ et de rayon $r = 2$.	
0,5	1. Montrer que P et S se coupent suivant un cercle Γ .	
1,5	2. Déterminer le centre et le rayon du cercle Γ .	
	Exercice 2 : (2,5 points)	
0,25	1. Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe : $(1-i)^2$.	
0,75	2. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $z^2 - 2(1+2i)z - (3-6i) = 0.$	
1,5	3. On considère dans le plan complexe les deux points A et B d'affixes respectives : $a = 3i$ et $b = 2+i$. Déterminer puis construire (D) ensemble des points M d'affixe z tel que : $ z - 3i = z - 2 - i .$	
	Exercice 3 : (3,5 points)	
	Un sac contient quatre boules blanches et deux boules noires (les boules sont indiscernables au toucher).	
0,5	1. On tire au hasard une boule du sac. Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche ?	
1	2. On tire au hasard, successivement et avec remise, cinq boules du sac. Quelle est la probabilité de tirer deux boules blanches exactement ?	

1	3. On tire au hasard, successivement et avec remise, n boules du sac. a) Montrer que la probabilité de tirer une boule blanche au moins est :
	$p = 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^n.$
1	b) Quel est le nombre minimum de tirage pour lequel $p \geq 0,999$? (on prendra : $\log 3 \approx 0,48$ où $\log$ désigne le logarithme décimal).
	Problème : (8 points) On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0;2[$ par :
	$f(x) = \ln\left(\frac{x}{2-x}\right).$
	et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé.
1	1.a) Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ et $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ x < 2}} f(x)$.
0,75	b) Montrer que : $f'(x) = \frac{2}{x(2-x)}$ pour tout x de l'intervalle $]0;2[$.
0,5	c) Dresser le tableau de variations de la fonction f .
0,5	2.a) Montrer que le point $A(1,0)$ est un centre de symétrie de la courbe (C) .
0,5	b) Ecrire une équation cartésienne de la tangente (T) à la courbe (C) au point $A(1,0)$.
	3. On pose : $\varphi(x) = f(x) - x$ pour tout x de l'intervalle $]0;2[$.
0,5	a) Montrer que : $\varphi\left(\frac{3}{2}\right) < 0$ et $\varphi\left(\frac{7}{4}\right) > 0$. (on prendra : $\ln 3 \approx 1,1$ et $\ln 7 \approx 1,94$).
0,75	b) En déduire que l'équation $f(x) = x$ admet une solution α telle que $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{7}{4}$ et interpréter le résultat graphiquement.
0,5	4.a) Montrer que la fonction f admet une fonction réciproque f^{-1} .
0,5	b) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}), f^{-1}(x) = \frac{2e^x}{1+e^x}$.
1	5. Construire dans le même repère la courbe (C) et la courbe (Γ) représentative de la fonction f^{-1} .

4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2005 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية بمصالحها

0,5	6.a) Calculer : $\int_0^a \frac{e^x}{1+e^x} dx$.
1	b) Calculer l'aire du domaine plan délimité par les deux courbes (C) et (Γ) et les deux axes du repère.

1	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2006 - الموضوع -	الجمهورية الجزائرية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي والبحث العلمي المعهد الوطني للتحقيق والامتحانات والتوجيه
---	---------	--	--

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Equations différentielles	2 points
Exercice 2	Nombres complexes	4 points
Exercice 3	Géométrie dans l'espace	4 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques	10 points

2 4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2006 - الموضوع - مادة الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية وبمعالمتها
0,75	Exercice 1 : (2 points)	1. Résoudre l'équation différentielle : $y'' - 6y' + 9y = 0$.
0,75	2. On considère l'équation différentielle suivante : $(E) : y'' - 6y' + 9y = 2e^{3x}$.	a) Montrer que la fonction u définie sur $\mathbb{R}$ par : $u(x) = x^2 e^{3x}$ est une solution particulière de l'équation (E) .
0,5	b) Donner la solution générale de l'équation (E) .	
0,75	Exercice 2 : (4 points)	On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 - 2\sqrt{3}(1+i)z + 8i = 0.$ On désigne par z_1 et z_2 les deux solutions de cette équation telles que : $\Re(z_1) > \Re(z_2).$
1	1. Déterminer z_1 et z_2 (remarquer que : $(1-i)^2 = -2i$).	
0,25	2.a) Montrer que : $z_1^2 = 4(\sqrt{3} + i)$ et $z_2 = i\bar{z}_1$.	
1	b) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe : $4(\sqrt{3} + i)$.	
1	c) En déduire une forme trigonométrique de chacun des deux nombres complexes z_1 et z_2 .	
1	3. On considère dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, les deux points A et B d'affixes respectives z_1 et z_2 . Calculer $\arg\left(\frac{z_2}{z_1}\right)$ puis en déduire que le triangle OAB est équilatéral.	
0,5	Exercice 3 : (4 points)	On considère dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ le point $A(1; -1; 3)$ et le plan (P) d'équation : $x - y + 3z = 0$.
0,75	1. a) Vérifier que : $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (OA) .	
0,75	b) Déterminer une équation cartésienne du plan (Q) orthogonal à la droite (OA) au point A .	

0,25	c) Vérifier que (P) est parallèle à (Q). 2. On considère la sphère (S) tangente au plan (Q) en A et qui se coupe avec le plan (P) suivant le cercle Γ de centre O et de rayon $\sqrt{33}$.
0,75	a) Démontrer que $\Omega(a, b, c)$ centre de la sphère (S) appartient à (OA) puis en déduire que $b = -a$ et $c = 3a$.
1,25	b) Démontrer que : $\Omega A^2 - \Omega O^2 = 33$ puis en déduire que $a - b + 3c = -11$.
0,5	c) En déduire les coordonnées de Ω centre de la sphère (S) puis démontrer que son rayon est égale à $2\sqrt{11}$.
Problème : (10 points) I) On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par : $g(x) = \ln(1+x) - x.$	
0,75	1.a) Calculer $g'(x)$ pour tout x de $[0; +\infty[$ puis montrer que la fonction g est strictement décroissante sur $[0; +\infty[$.
0,25	b) En déduire que : $g(x) \leq 0$ pour tout x de $[0; +\infty[$.
0,5	2. Montrer que : $0 < \ln(1+x) < x$ pour tout x de $]0; +\infty[$.
II) On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = x + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right).$ et (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité lcm).	
0,5	1. Montrer que l'ensemble de définition de la fonction f est : $D =]-\infty; -1[\cup]1; +\infty[.$
0,5	2.a) Montrer que la fonction f est impaire.
0,5	b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$.
0,75	3.a) Montrer que : $\forall x \in D, f'(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 1}$.
0,5	b) En déduire les variations de la fonction f sur l'intervalle $]1; +\infty[$.
0,25	4.a) Vérifier que la droite (Δ) d'équation $y = x$ est une asymptote oblique de la courbe (C).

4 4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2006 - الموضوع - مادة الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية وعملاتها 0,5 b) Etudier le signe de $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$. (remarquer que : $\forall x \in D, \frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$). 0,25 c) En déduire la position relative de la courbe (C) et la droite (Δ). 1 5. Construire la courbe (C) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (on prendra : $\sqrt{3} \approx 1,7$ et $f(\sqrt{3}) = 3$). 1,25 6.a) Montrer que : $\int_2^4 \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right) dx = 5\ln 5 - 6\ln 3$ (on pourra utiliser une intégration par parties). 0,5 b) En déduire, en cm^2, l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C) et les droites d'équations respectives : $x = 2$, $x = 4$ et $y = x$. III) On considère la suite numérique $(u_n)_{n \geq 2}$ définie par : $u_n = f(n) - n \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}^* - \{1\}.$ 0,25 1.a) Vérifier que : $u_n = \ln\left(1 + \frac{2}{n-1}\right)$ pour tout n de $\mathbb{N}^* - \{1\}$. 0,75 b) Montrer que la suite $(u_n)_{n \geq 2}$ est décroissante. 0,5 2.a) Montrer que : $0 < u_n < \frac{2}{n-1}$ pour tout n de $\mathbb{N}^* - \{1\}$. (on pourra utiliser le résultat de la question I) 2.). 0,5 b) Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
--	---	---

1	4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2006 - الموضوع -	الجمهورية العربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي	
---	---	---------	---	--	---

والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	العامة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Suites numériques	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Nombres complexes	3 points
Problème	Equations différentielles, étude d'une fonction numérique et calcul intégral	8 points

2	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الامتحانية 2006 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعبه العلوم التجريبية ومعالجتها

	Exercice 1 : (3 points) On considère dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ les points $A(1, 2, -2)$, $B(1, -1, 1)$ et $C(2, 1, -2)$.
0,5	1. a) Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$.
0,5	b) Démontrer que $x + y + z - 1 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) .
	2. Soit (S) la sphère de centre $\Omega(1, 1, 1)$ et de rayon $R = \frac{2}{\sqrt{3}}$.
1,25	a) Démontrer que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) puis déterminer les coordonnées de H point de contact de (ABC) et (S) .
0,75	b) Soit $M(a, b, c)$ un point du plan (ABC) , démontrer que : $a^2 + b^2 + c^2 \geq \frac{1}{3}$.
	Exercice 2 : (3 points) On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = 0 \text{ et } u_1 = 1 \text{ et } u_{n+2} = \frac{2}{5}u_{n+1} - \frac{1}{25}u_n \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$ On pose : $v_n = u_{n+1} - \frac{1}{5}u_n$ et $w_n = 5^n u_n$, pour tout n de $\mathbb{N}$.
0,75	1. Montrer que la suite (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{5}$ et exprimer v_n en fonction de n .
0,25	2. a) Montrer que la suite (w_n) est arithmétique de raison 5.
0,5	b) Exprimer w_n en fonction de n et en déduire u_n en fonction de n .
0,75	3. a) Montrer que $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$.
0,75	b) En déduire que $0 < u_n \leq \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$ puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
	Exercice 3 : (3 points) Un sac U_1 contient cinq jetons : trois jetons portent le nombre 2 et deux jetons portent le nombre 3, un autre sac U_2 contient cinq jetons : trois jetons blancs et deux jetons rouges (les jetons sont indiscernables au toucher). On tire au hasard un jeton du sac U_1 et on note le nombre qu'il porte puis on tire

	aléatoirement et simultanément n jetons du sac U_2 où n est le nombre que porte le jeton tiré du sac U_1. Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de jetons rouges tirés.
2,75	1. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
0,25	2. Calculer l'espérance mathématique de la variable aléatoire X .
	Exercice 4 : (3 points) On considère dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation suivante : $z^2 + 2z + 1 + i = 0.$ On désigne par z_1 et z_2 les deux solutions de cette équation tel que $\operatorname{Im}(z_1) > 0$.
0,75	1. Déterminer z_1 et z_2 (remarquer que $(1-i)^2 = -2i$).
	2. On considère dans le plan rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, les points A, B, M_1 et M_2 d'affixes respectives $-1, -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i, z_1$ et z_2.
0,5	a) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$.
0,75	b) Vérifier que $\overline{AM_1} = \overline{OB}$ et que A est le milieu du segment $[M_1M_2]$ puis construire les points : A, B, M_1 et M_2 .
1	c) En déduire que $AOBM_1$ est un losange et que $\arg(z_1) = \frac{7\pi}{8} [2\pi]$.
	Problème : (8 points) 1) On considère l'équation différentielle suivante : $(E) : y'' - 2y' + y = x - 1.$
0,75	1. Résoudre l'équation différentielle : $y'' - 2y' + y = 0$.
0,25	2.a) Trouver une solution particulière de l'équation (E) de la forme :
	$y_0 : x \mapsto ax + b.$
0,25	b) Donner la solution générale de l'équation (E) .
0,5	c) Déterminer la solution h de l'équation (E) qui vérifie : $h(0) = 0$ et $h'(0) = 1$.
	3. On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par : $g(x) = (x-1)e^x + x + 1.$
0,75	a) Calculer $g'(x)$ pour tout x de $[0; +\infty[$ puis en déduire que la fonction g est

4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2006 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعبه العلوم التجريبية ومعالجتها

	<i>strictement croissante sur $[0; +\infty[$.</i>
0,25	b) Montrer que : $g(x) \geq 0$ pour tout x de $[0; +\infty[$ (remarquer que : $g(0) = 0$).
	II) On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}^*$ par :
	$f(x) = \frac{xe^x}{(e^x - 1)^2}.$
	(C) est la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
0,5	1. Montrer que f est une fonction impaire.
0,75	2.a) Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ (on rappellera que : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$) puis interpréter graphiquement ce résultat.
0,5	b) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ puis interpréter graphiquement ce résultat (remarquer que : $\forall x \in \mathbb{R}^*, f(x) = \frac{x}{e^x(1 - e^{-x})^2}$).
0,75	3.a) Montrer que : $f'(x) = -\frac{e^x}{(e^x - 1)^3} g(x)$ pour tout x de $]0; +\infty[$.
0,5	b) Donner le tableau de variations de la fonction f sur $]0; +\infty[$.
0,5	4. Construire (C).
0,5	5.a) Montrer que : $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{1}{e^x - 1} dx = 2 \ln 2 - \ln 3$
	(remarquer que : $\forall x \in \mathbb{R}^*, \frac{1}{e^x - 1} = \frac{e^x}{e^x - 1} - 1$).
0,5	b) En posant $t = e^x$, montrer que : $\int_{\ln 2}^{\ln 3} f(x) dx = \int_2^3 \frac{\ln t}{(t - 1)^2} dt$
0,5	6.a) En posant utilisant une intégration par parties, montrer que :
	$\int_2^3 \frac{\ln t}{(t - 1)^2} dt = 3 \ln 2 - \frac{3}{2} \ln 3$
0,25	c) En déduire l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les deux droites d'équations : $x = \ln 2$ et $x = \ln 3$ (on prendra : $\ln 2 \approx 0,7$ et $\ln 3 \approx 1,1$).

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul intégral	2,5 points
Exercice 4	Calcul des probabilités	2,5 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et suites numériques	9 points

2	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2007 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعب العلوم التجريبية ومعالجتها

Exercice 1 : (3 points)	
On considère dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ la sphère (S) d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 8 = 0$ et le plan (P) d'équation : $x - y + 2z + 1 = 0$.	
1	1. Démontrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(1, 2, 3)$ et que son rayon est égale à $\sqrt{6}$.
0,75	2. Vérifier que le plan (P) est tangent à la sphère (S) .
0,5	3.a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et orthogonale à (P) .
0,75	b) Déterminer les coordonnées de ω point de contact de (P) et (S) .
Exercice 2 : (3 points)	
0,5	1.a) Ecrire sous forme algébrique le nombre complexe : $(3 - 2i)^2$.
1	b) Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 2(4 + i)z + 10 + 20i = 0$.
2. On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 1 + 3i, b = 7 - i$ et $c = 5 + 9i$.	
0,5	a) Montrer que : $\frac{c-a}{b-a} = i$.
1	b) En déduire que le triangle ABC est rectangle isocèle.
Exercice 3 : (2,5 points)	
0,5	1. Vérifier que : $\frac{x^2}{x+1} = x - 1 + \frac{1}{x+1}$ pour tout x de $\mathbb{R} - \{-1\}$.
1	2. Montrer que : $\int_0^2 \frac{x^2}{x+1} dx = \ln 3$.
1	3. En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_0^2 x \ln(x+1) dx = \frac{3}{2} \ln 3$.
Exercice 4 : (2,5 points)	
Un sac contient sept jetons portant les nombres : 0, 0, 0, -1, 1, 1, 1 (les jetons sont indiscernables au toucher).	
On considère l'expérience suivante : on tire au hasard et simultanément trois jetons du sac.	

3	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2007 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - خعبة العلوم التجريبية وبمالم

	Soient les événements suivants : A : " aucun jeton parmi les trois jetons tirés ne porte le nombre 0 " B : " tirer trois jetons portants des nombres différents deux à deux " C : " la somme des nombres portés par les trois jetons tirés est nulle "
2,5	Calculer la probabilité de chacun des deux événements A et B et montrer que la probabilité de l'événement C est : $\frac{2}{7}$.
	Problème : (9 points) I) On considère la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^{-x} + x - 1$.
0,75	1. Calculer $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire que g est croissante sur $[0, +\infty[$ et décroissante sur $]-\infty, 0]$.
0,5	2. Montrer que $g(x) \geq 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$ (remarquer que $g(0) = 0$) puis en déduire que $e^{-x} + x \geq 1$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
	II) On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{x}{x + e^{-x}}.$ et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
0,5	1. Montrer que l'ensemble de définition de la fonction f est $\mathbb{R}$ (on pourra utiliser le résultat de la question I) 2.).
0,25	2.a) Montrer que : $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{xe^x}}$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$.
1,5	b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ puis interpréter géométriquement ces deux résultats.
0,75	3.a) Montrer que : $f'(x) = \frac{(x+1)e^{-x}}{(x + e^{-x})^2}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
0,5	b) Etudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f.
0,5	4.a) Ecrire une équation de la tangente à la courbe (C) au point O origine du

4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2007 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - طلبة العلوم التجريبية ومعالجتها

	repère.
0,75	b) Vérifier que : $x - f(x) = \frac{xg(x)}{g(x)+1}$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis étudier le signe de $x - f(x)$ sur $\mathbb{R}$.
0,25	c) En déduire la position relative de la courbe (C) et la droite (Δ) d'équation : $y = x$.
1	5. Construire (Δ) et (C) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (on prendra $\frac{1}{1-e} = -0,6$). II) On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = 1 \text{ et } u_{n+1} = f(u_n) \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$
0,5	1. Montrer par récurrence que : $0 \leq u_n \leq 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
0,5	2. Montrer que la suite (u_n) est décroissante. (on pourra utiliser le résultat de la question II) 4.b)).
0,75	3. En déduire que (u_n) est convergente puis déterminer sa limite.

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2007
- الموضوع -

1. THE COURT
 2. OF THE STATE OF NEW YORK
 3. IN SENATE
 4. JANUARY 1, 1904
 5. REPORT
 6. OF THE
 7. COMMISSIONERS OF THE LAND OFFICE
 8. IN RESPONSE TO A RESOLUTION
 9. PASSED BY THE SENATE
 10. MARCH 1, 1903
 11. ALBANY: J.B. LIPPINCOTT & CO. PRINTERS
 12. 1904



السلطة الثورية
وزارة الثروة الوطنية
والتعدين المعنوي
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقوية والامتحانات

والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3,5 points
Exercice 2	Calcul des probabilités	2,5 points
Exercice 3	Suites numériques	3 points
Exercice 4	Nombres complexes	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	8 points

2	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الامتحانية 2007 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - خعبة العلوة التجريبية بمالحما

	Exercice 1 : (3,5 points) On considère dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ les points $A(2,0,-1)$, $B(2,4,2)$ et $C(3,3,3)$ et la sphère (S) d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 4y - 8z + 20 = 0.$
1	1. Démontrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(2,2,4)$ et que son rayon est égal à 2.
0,75	2. Soit (P) le plan passant par le point A et orthogonal à la droite (BC) . Démontrer que $x - y + z - 1 = 0$ est une équation cartésienne du plan (P) .
1	3. a) Démontrer que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de rayon égale à 1.
0,25	b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ) passant par Ω et orthogonale à (P) .
0,5	c) Déterminer les coordonnées du point ω centre du cercle (Γ) .
	Exercice 2 : (2,5 points) Un sac contient trois jetons blancs et quatre jetons noirs (les jetons sont indiscernables au toucher). On tire au hasard et simultanément trois jetons du sac.
0,75	1. Quelle est la probabilité de tirer exactement deux jetons blancs ?
0,75	2. Quelle est la probabilité de tirer trois jetons de même couleur ?
1	3. Quelle est la probabilité de tirer au moins un jeton blanc ?
	Exercice 3 : (3 points) Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 2 \text{ et } u_{n+1} = \frac{1}{5}(u_n - 4n - 1) \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$ On pose $v_n = u_n + n - 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
1	1. Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{5}$.
0,5	2. a) Calculer v_n en fonction de n .
0,5	b) En déduire u_n en fonction de n puis calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
1	3. On pose $T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ et $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ tel que n élément de $\mathbb{N}$.

3	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2007 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - خربة العلوم التجريبية ومعالجتها

	Montrer que : $T_n = \frac{1}{4} \left(5 - \frac{1}{5^n} \right)$ et que $S_n = T_n - \frac{(n+1)(n-2)}{2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
	Exercice 4 : (3 points)
0,25	1. Vérifier que : $(\sqrt{2} + 2i)^2 = -2 + 4\sqrt{2}i$.
0,75	2. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (\sqrt{2} + 2)z + 2 + \sqrt{2} - \sqrt{2}i = 0.$
0,5	3. On considère les deux nombres complexes : $z_1 = 1 - i$ et $z_2 = 1 + \sqrt{2} + i$.
1	a) Déterminer une forme trigonométrique du nombre complexe z_1 .
	b) Montrer que : $z_1 z_2 = \sqrt{2} \bar{z}_2$ ($\bar{z}_2$ est le conjugué du nombre z_2). En déduire que : $\arg(z_1) + 2\arg(z_2) \equiv 0[2\pi]$.
0,5	c) Déterminer un argument du nombre z_2 .
	Problème : (8 points)
	I) Soit g la fonction numérique définie sur $]0, +\infty[$ par : $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln x$.
1	1. Montrer que : $g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ pour tout x de $]0, +\infty[$ puis en déduire le sens de variations de la fonction sur $]0, +\infty[$.
0,5	2. Montrer que $g(x) \leq 0$ pour tout x de $]0, 1]$ et que $g(x) \geq 0$ pour tout x de $[1, +\infty[$ (remarquer que $g(1) = 0$).
	II) On considère la fonction numérique f définie par : $f(x) = x + \frac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$. Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
0,75	1.a) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$ (on pourra poser $t = \sqrt{x}$) puis calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
0,25	b) Vérifier que : $f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ pour tout x de $]0, +\infty[$.

4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2007 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - ختمية العلوم التجريبية بمغالما
0,5	c)	Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} f(x)$ (on pourra poser $t = \frac{1}{x}$) puis interpréter géométriquement le résultat.
0,5	d)	Montrer que (C) admet une branche parabolique de direction asymptotique celle de la droite d'équation : $y = x$.
1,5	2.	Montrer que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ pour tout x de $]0, +\infty[$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f .
1	3.	Construire la courbe (C) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
0,5	4.a)	Montrer que la fonction $G: x \mapsto x \ln x - x$ est une fonction primitive de la fonction $g: x \mapsto \ln x$ sur $]0, +\infty[$.
0,75	b)	En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_1^e (\ln x)^2 dx = e - 2$.
0,75	c)	Déterminer l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C), l'axe des abscisses et les deux droites d'équations : $x = 1$ et $x = e$

1 4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2008 - الموضوع -	 وزارة التربية والتعليم الجمهورية المغربية المعهد الوطني للتكوين والامتحانات والتوجيه
--------	---------	--	--

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	العامة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de trois exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique, calcul intégral et suites numériques	11 points

2	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2008 - الموضوع
4		مادة الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية ومعالما

Exercice 1 : (3 points)	
On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les deux points $A(0, -1, 1)$ et $B(1, -1, 0)$ et la sphère (S) d'équation :	
$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4z + 2 = 0.$	
1,25	1. Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(1, 0, 2)$ et que son rayon est $\sqrt{3}$ et vérifier que A appartient à (S) .
1,25	2. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ et montrer que $x + y + z = 0$ est une équation cartésienne du plan (OAB) .
0,5	3. Montrer que le plan (OAB) est tangent à la sphère (S) au point A .
Exercice 2 : (3 points)	
1	1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 6z + 34 = 0.$
2. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, les points A, B et C d'afixes respectives :	
$a = 3 + 5i, b = 3 - 5i \text{ et } c = 7 + 3i.$	
Soit z l'afixe d'un point M du plan et z' l'afixe du point M' image de M par la translation T de vecteur $\vec{u}$ d'afixe $4 - 2i$.	
0,75	a) Montrer que : $z' = z + 4 - 2i$ et vérifier que le point C est l'image du point A par la translation T .
0,5	b) Montrer que : $\frac{b - c}{a - c} = 2i$.
0,75	c) En déduire que le triangle ABC est rectangle et que $BC = 2AC$.
Exercice 3 : (3 points)	
Une urne contient six boules rouges et trois boules vertes (les boules sont indiscernables au toucher).	
1. On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne.	
1	a) Calculer la probabilité de tirer deux boules rouges et une verte.
1	b) Montrer que la probabilité de tirer une boule verte au moins est $\frac{16}{21}$.
1	2. On considère dans cette question l'épreuve suivante : On tire au hasard successivement et sans remise trois boules de l'urne. Calculer la probabilité de tirer trois boules rouges.
Problème : (11 points)	
I- Soit g la fonction numérique définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :	
$g(x) = x - 2\ln x.$	

- 0,5 1. a) Calculer $g'(x)$ pour tout x de l'intervalle $]0, +\infty[$.
- 0,5 b) Montrer que g est décroissante sur $]0, 2]$ et croissante sur $[2, +\infty[$.
- 0,5 2. En déduire que $g(x) > 0$ pour tout x de l'intervalle $]0, +\infty[$.
(remarquer que $g(2) > 0$)
- II- On considère la fonction numérique f définie sur l'intervalle $]0, +\infty[$ par :
- $$f(x) = x - (\ln x)^2.$$
- Soit (C) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
- 0,75 1. Calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0^+ \\ x > 0}} f(x)$ et interpréter géométriquement ce résultat.
- 0,5 2. a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(\ln x)^2}{x} = 0$.
(on pourra poser $t = \sqrt{x}$, on rappelle que : $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$)
- 0,75 b) En déduire que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$.
(remarquer que : $f(x) = x \left(1 - \frac{(\ln x)^2}{x} \right)$)
- 0,5 c) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - x)$ puis en déduire que la courbe (C) admet, au voisinage de $+\infty$, une branche parabolique de direction la droite (Δ) d'équation $y = x$.
- 0,5 d) Montrer que la courbe (C) est au-dessous de la droite (Δ) .
- 0,75 3. a) Montrer que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ pour tout x de $]0, +\infty[$ et montrer que f est strictement croissante sur $]0, +\infty[$.
- 0,25 b) Dresser le tableau de variations de la fonction f .
- 0,5 c) Montrer que $y = x$ est une équation cartésienne de la tangente à la courbe (C) au point d'abscisse 1.
- 0,5 4. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $]0, +\infty[$ et que $\frac{1}{e} < \alpha < \frac{1}{2}$ (on admet que $(\ln 2)^2 < \frac{1}{2}$).
- 1 5. Tracer la droite (Δ) et la courbe (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
(on admet que $I(e, e-1)$ est un point d'inflexion de la courbe (C) et on prendra

4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2008 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية بمغالما

	$e \approx 2,7$).
0,5	6. a) Montrer que $H : x \mapsto x \ln x - x$ est une fonction primitive de la fonction $\ln : x \mapsto \ln x$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$ puis montrer que : $\int_1^e \ln x \, dx = 1$.
0,75	b) En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_1^e (\ln x)^2 \, dx = e - 2$.
0,5	c) Calculer l'aire du domaine plan délimité par la courbe (C) , la droite (Δ) et les deux droites d'équations : $x = 1$ et $x = e$.
	III- On considère la suite numérique (u_n) définie par :
	$u_0 = 2$ et $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
0,75	1. Montrer que $1 \leq u_n \leq 2$ pour tout n de $\mathbb{N}$ (on pourra utiliser le résultat de la question II-3. a)).
0,5	2. Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
0,75	3. En déduire que (u_n) est convergente puis déterminer sa limite.

1 4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2008 - الموضوع -	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي المركز الوطني للتقويم والاعتمادات والتوجيه
--------	---------	--	--

3	مدة الإجتاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;

✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;

✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème, répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Nombres complexes	3 points
Exercice 2	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Suites numériques	3 points
Problème	Etude d'une fonction numérique	8 points

2 4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2008 - الموضوع - مادة الرياضيات - خربة العلوم التجريبية ومعالجتها
1	0,75 0,75 0,75	Exercice 1 : (3 points) 1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 8z + 17 = 0.$ 2. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, les deux points A et B d'affixes respectives : $a = 4 + i$ et $b = 8 + 3i$. Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre le point Ω d'affixe $\omega = 1 + 2i$ et d'angle $\frac{3\pi}{2}$. a) Montrer que : $z' = -iz - 1 + 3i$. b) Vérifier que l'affixe du point C image du point A par la rotation R est $c = -i$. c) Montrer que : $b - c = 2(a - c)$ puis en déduire que les points A, B et C sont alignés.
	0,75 0,5 0,75 0,5 0,5	Exercice 2 : (3 points) On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, le plan (P) d'équation $x + 2y + z - 1 = 0$ et la sphère (S) d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z + 5 = 0.$ 1. Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $I(2, 3, -1)$ et son rayon est 3. 2. a) Montrer que la distance du point I du plan (P) est $\sqrt{6}$. b) En déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de rayon $\sqrt{3}$. 3. a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D) passant par I et orthogonale à (P). b) Montrer que le centre du cercle (Γ) est le point $H(1, 1, -2)$.
	1 1 1	Exercice 3 : (3 points) Une urne contient quatre boules blanches et trois boules rouges. (les boules sont indiscernables au toucher). On tire au hasard successivement et sans remise trois boules de l'urne. 1. Quelle est la probabilité de tirer trois boules blanches ? 2. Montrer que la probabilité de tirer trois boules de même couleur est $\frac{1}{7}$. 3. Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche au moins ?
		Exercice 4 : (3 points) Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

2 4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2008 - الموضوع - مادة الرياضيات - خربة العلوم التجريبية ومعالجتها
1	0,75 0,75 0,75	Exercice 1 : (3 points) 1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 8z + 17 = 0.$ 2. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, les deux points A et B d'affixes respectives : $a = 4 + i$ et $b = 8 + 3i$. Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre le point Ω d'affixe $\omega = 1 + 2i$ et d'angle $\frac{3\pi}{2}$. a) Montrer que : $z' = -iz - 1 + 3i$. b) Vérifier que l'affixe du point C image du point A par la rotation R est $c = -i$. c) Montrer que : $b - c = 2(a - c)$ puis en déduire que les points A, B et C sont alignés.
	0,75 0,5 0,75 0,5 0,5	Exercice 2 : (3 points) On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, le plan (P) d'équation $x + 2y + z - 1 = 0$ et la sphère (S) d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6y + 2z + 5 = 0.$ 1. Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $I(2, 3, -1)$ et son rayon est 3. 2. a) Montrer que la distance du point I du plan (P) est $\sqrt{6}$. b) En déduire que le plan (P) coupe la sphère (S) suivant un cercle (Γ) de rayon $\sqrt{3}$. 3. a) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (D) passant par I et orthogonale à (P). b) Montrer que le centre du cercle (Γ) est le point $H(1, 1, -2)$.
	1 1 1	Exercice 3 : (3 points) Une urne contient quatre boules blanches et trois boules rouges. (les boules sont indiscernables au toucher). On tire au hasard successivement et sans remise trois boules de l'urne. 1. Quelle est la probabilité de tirer trois boules blanches ? 2. Montrer que la probabilité de tirer trois boules de même couleur est $\frac{1}{7}$. 3. Quelle est la probabilité de tirer une boule blanche au moins ?
		Exercice 4 : (3 points) Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3}$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

3 4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2008 - الموضوع - مادة الرياضيات - خيرة العلوم التجريبية ومعالجتها
1 1 1		1. Montrer que : $u_n > 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$. 2. On pose : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$. a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{3}{5}$ puis exprimer v_n en fonction de n. b) Montrer que $u_n = \frac{2}{2 - \left(\frac{3}{5}\right)^n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite (u_n).
1 0,75 0,5 0,25 0,5 0,25 0,75 0,5 0,5		Problème : (8 points) I) On considère la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^{2x} - 2x$: 1. Calculer $g'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis montrer que g est croissante sur $[0, +\infty[$ et décroissante sur $]-\infty, 0]$. 2. En déduire que $g(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$. (remarquer que $g(0) = 1$) II) On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \ln(e^{2x} - 2x).$ Soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$. 1. a) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$. b) Vérifier que $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{e^{2x}}{x} - 2\right) \frac{\ln(e^{2x} - 2x)}{e^{2x} - 2x}$ pour tout x de $\mathbb{R}^*$. c) Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (on rappelle que : $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$). d) En déduire que la courbe (C) admet, au voisinage de $-\infty$, une branche parabolique dont on précisera la direction. 2. a) Pour tout x de $[0, +\infty[$, vérifier que : $1 - \frac{2x}{e^{2x}} > 0 \text{ et que } 2x + \ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right) = f(x).$ b) En déduire que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (on rappelle que : $\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{e^u}{u} = +\infty$) c) Montrer que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est une asymptote oblique à la

4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2008 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - طلبة العلوم التجريبية بمصالحها
		<i>courbe (C) au voisinage de $+\infty$.</i>
0,75	d)	Montrer que : $f(x) - 2x \leq 0$ pour tout x de $[0, +\infty[$ et en déduire que (C) est en-dessous de (D) sur l'intervalle $[0, +\infty[$.
0,75	3. a)	Montrer que : $f'(x) = \frac{2(e^{2x} - 1)}{g(x)}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
0,5	b)	Etudier le signe de $f'(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f .
1	4.	Tracer (D) et (C) dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. (on admet que la courbe (C) a deux points d'inflexion).

1
4

الصفحة:

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2009
- الموضوع -

LIBRARY REPOS
L'UNIVERSITE DE
A SOUS-REPOS
A SOUS-REPOS A SOUS-REPOS



الجمهورية المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والاعتمادات
والتوجيه

3	مدة الإجازة	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et un problème répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Calcul intégral	2 points
Problème	Etude d'une fonction numérique et suites numériques	9 points

2	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2009 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعبتي العلوم التجريبية والعلوم

0,75 0,5 0,5 0,5 0,75	Exercice 1 : (3 points) On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les points $A(-2, 2, 8)$, $B(6, 6, 0)$, $C(2, -1, 0)$ et $D(0, 1, -1)$ et (S) l'ensemble des points M de l'espace qui vérifient : $\overline{MA} \cdot \overline{MB} = 0$. 1. Déterminer les coordonnées du vecteur $\overline{OC} \wedge \overline{OD}$ et en déduire que $x + 2y + 2z = 0$ est une équation cartésienne du plan (OCD). 2. Vérifier que (S) est la sphère de centre $\Omega(2, 4, 4)$ et de rayon 6. 3. a) Calculer la distance du point Ω au plan (OCD). b) En déduire que le plan (OCD) est tangent à la sphère (S). c) Vérifier que : $\overline{OA} \cdot \overline{OB} = 0$ puis en déduire que O est le point de contact de la sphère (S) et le plan (OCD).
1 0,75 0,5 0,75	Exercice 2 : (3 points) On considère dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 2 - 2i, b = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \text{ et } c = 1 - \sqrt{3} + (1 + \sqrt{3})i.$ 1. Ecrire sous forme trigonométrique chacun des deux nombres complexes a et b. 2. On considère la rotation R de centre le point O et d'angle $\frac{5\pi}{6}$. a) Soit z l'affixe d'un point M du plan complexe et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R. Montrer que : $z' = bz$. b) Vérifier que le point C est l'image du point A par la rotation R. 3. Montrer que : $\arg c = \arg a + \arg b [2\pi]$ puis en déduire un argument du nombre complexe c.
1,5	Exercice 3 : (3 points) Une urne contient 3 boules blanches, 4 boules noires et 5 boules rouges (les boules sont indiscernables au toucher). On tire simultanément et au hasard trois boules de l'urne. 1. On considère les deux événements suivants : A : "tirer trois boules de même couleur". B : "tirer trois boules de couleurs différentes deux à deux". Montrer que : $p(A) = \frac{3}{44}$ et $p(B) = \frac{3}{11}$. 2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage de trois boules associe le nombre de couleurs que portent ces boules.

3 4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2009 - الفوسخ - مادة الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية ومعالما
0,25 1,25	a) Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X . b) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et calculer l'espérance mathématique $E(X)$.	
0,25 0,75 1	Exercice 4 : (2 points) On pose : $I = \int_{-2}^{-1} \frac{x}{x+3} dx$ et $J = \int_{-2}^{-1} \ln(2x+6) dx$. 1.a) Vérifier que : $\frac{x}{x+3} = 1 - \frac{3}{x+3}$ pour tout réel x différent de -3 . b) Montrer que : $I = 1 - 3 \ln 2$. 2. En utilisant une intégration par parties, montrer que : $J = -I$.	
0,75 0,75 1 1 0,25 0,5 0,25	Problème : (9 points) On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par : $f(x) = 2 \ln(e^x - 2\sqrt{e^x} + 2).$ (C) désigne la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. 1) 1. Vérifier que : $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire que l'ensemble de définition de la fonction f est $\mathbb{R}$ et que : $(\forall x \in \mathbb{R}), 1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x} > 0.$ 2. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis montrer que : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \ln 4$ et interpréter géométriquement ce résultat. 3.a) Montrer que : $f'(x) = \frac{2\sqrt{e^x}(\sqrt{e^x} - 1)}{(\sqrt{e^x} - 1)^2 + 1}$ pour tout x de $\mathbb{R}$ et vérifier que $f'(0) = 0.$ b) Etudier le signe de $\sqrt{e^x} - 1$ sur $\mathbb{R}$ et en déduire que la fonction f est croissante sur l'intervalle $[0, +\infty[$ et décroissante sur l'intervalle $]-\infty, 0]$. 4.a) Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}), f(x) = 2x + 2 \ln\left(1 - \frac{2}{\sqrt{e^x}} + \frac{2}{e^x}\right)$. b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = 2x$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$. 5.a) Vérifier que : $e^x - 3\sqrt{e^x} + 2 = (\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.	

4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2009 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - قسم العلوم التجريبية ومعالمتها
0,5	b)	Etudier le signe de $\sqrt{e^x} - 2$ et $(\sqrt{e^x} - 1)(\sqrt{e^x} - 2)$ sur $\mathbb{R}$.
0,25	c)	En déduire que : $e^x - 2\sqrt{e^x} + 2 \leq \sqrt{e^x}$ pour tout x de l'intervalle $[0, \ln 4]$.
0,5	d)	Montrer que : $f(x) \leq x$ pour tout x de l'intervalle $[0, \ln 4]$.
0,75	6.	Construire la courbe (C). (on admettra que la courbe (C) possède deux points d'inflexion dont l'abscisse de l'un est inférieure à -1 et l'abscisse de l'autre est supérieure à 2, la détermination de ces deux points n'est pas demandée et on prendra $\ln 4 \approx 1,4$).
	II)	Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 1 \text{ et } u_{n+1} = f(u_n) \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$ On pourra, ci-après, utiliser les résultats de l'étude de la fonction f .
0,75	1.	Montrer que : $0 \leq u_n \leq \ln 4$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
0,75	2.	Montrer que la suite (u_n) est décroissante.
1	3.	En déduire que la suite (u_n) est convergente et calculer sa limite.

1	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة الاستدراكية 2009 - الموضوع -	وزارة التربية والتعليم الجمهورية المغربية المعهد الوطني للتكوين والامتحانات والتوجيه
4			

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de six exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Suites numériques	3 points
Exercice 5	Calcul intégral	2 points
Exercice 6	Etude d'une fonction numérique	6 points

2	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الامتحانية 2009 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - خربة العلوم التبريدية بمالطا

Exercice 1 : (3 points)	
Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on considère le point $A(2, 2, -1)$, le plan (P) d'équation $2x + y + 2z - 13 = 0$ et la sphère (S) de centre le point $\Omega(1, 0, 1)$ et de rayon 3.	
0,75	1.a) Montrer que $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 7 = 0$ est une équation cartésienne de la sphère (S) et vérifier que A appartient à (S) .
0,75	b) Calculer la distance du point Ω au plan (P) puis en déduire que le plan (P) est tangent à la sphère (S) .
2. Soit (D) la droite passant par le point A et perpendiculaire au plan (P) .	
0,75	a) Démontrer que $\vec{u}(2, 1, 2)$ est un vecteur directeur de la droite (D) et que $(6, -6, -3)$ est le triplet de coordonnées du vecteur $\overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{u}$.
0,75	b) Calculer $\frac{\ \overrightarrow{\Omega A} \wedge \vec{u}\ }{\ \vec{u}\ }$ puis en déduire que la droite (D) est tangente à la sphère (S) en A .
Exercice 2 : (3 points)	
1	1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 6z + 25 = 0$.
2. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, les points A, B, C et D d'afixes respectives: $a = 3 + 4i, b = 3 - 4i, c = 2 + 3i$ et $d = 5 + 6i$.	
0,5	a) Calculer $\frac{d - c}{a - c}$ puis en déduire que les points A, C et D sont alignés.
0,5	b) Montrer que le nombre $p = 3 + 8i$ est l'afixe du point P image du point A par l'homothétie h de centre B et de rapport $\frac{3}{2}$.
1	c) Ecrire sous forme trigonométrique le nombre complexe $\frac{d - p}{a - p}$ puis en déduire que $\frac{\pi}{4}$ est une mesure de l'angle $(\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PD})$ et que $PA = \sqrt{2}PD$.
Exercice 3 : (3 points)	
Une urne contient sept boules noires et deux boules blanches. (les boules sont indiscernables au toucher) On tire au hasard, successivement et sans remise, deux boules de l'urne.	

3. 4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الامتدراكية 2009 - الموضوع - مادة الرياضيات - خصة العلوم التدرجية بمالطما
0,5 1,5 1		Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules blanches restantes dans l'urne après le tirage des deux boules. 1. Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X. 2. Montrer que $p(X=0) = \frac{1}{36}$ et $p(X=1) = \frac{7}{18}$. 3. Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X et calculer l'espérance mathématique $E(X)$.
1 1 1		Exercice 4 : (3 points) Soit (u_n) la suite numérique définie par : $u_0 = 0 \text{ et } u_{n+1} = \frac{1+4u_n}{7-2u_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$ 1. Vérifier que $1-u_{n+1} = \frac{6(1-u_n)}{5+2(1-u_n)}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ et montrer par récurrence que $1-u_n > 0$ pour tout n de $\mathbb{N}$. 2. On pose $v_n = \frac{2u_n-1}{u_n-1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$. a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{5}{6}$ puis exprimer v_n en fonction de n. b) Montrer que $u_n = \frac{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n - 2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis en déduire la limite de la suite (u_n).
1 1		Exercice 5 : (2 points) 1. Déterminer les fonctions primitives de la fonction $x \mapsto 2x(x^2-1)^{2009}$ sur $\mathbb{R}$ et vérifier que : $\int_1^{\sqrt{2}} 2x(x^2-1)^{2009} dx = \frac{1}{2010}$. 2. En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_0^2 (2x+1)\ln(x+1)dx = 6\ln 3 - 2$.
		Exercice 6 : (6 points) Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x \left(\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1} \right).$

4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2009 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعب العلوم التجريبية وبمعالمتها

	et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
0,5	1.a) Vérifier que : $f(x) = x \left(\frac{1 - e^{-2x}}{1 + e^{-2x}} \right)$ pour tout réel x .
1	b) Montrer que la fonction f est paire et que : $f(x) - x = \frac{-2xe^{-2x}}{1 + e^{-2x}} \text{ pour tout réel } x.$
1	c) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2xe^{-2x}}{1 + e^{-2x}} = 0$ puis en déduire que la droite (D) d'équation $y = x$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.
0,5	2. Montrer que la courbe (C) est au-dessous de la droite (D) sur l'intervalle $[0, +\infty[$.
1	3.a) Montrer que : $f'(x) = \frac{e^{4x} - 1 + 4xe^{2x}}{(e^{2x} + 1)^2}$ pour tout réel x et vérifier que : $f'(0) = 0.$
0,5	b) Montrer que : $e^{4x} - 1 \geq 0$ pour tout x de l'intervalle $[0, +\infty[$ puis en déduire que : $e^{4x} - 1 + 4xe^{2x} \geq 0$ pour tout x de l'intervalle $[0, +\infty[$.
0,5	c) Dresser le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0, +\infty[$.
1	4. Construire la courbe (C) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (on admettra que la courbe possède deux points d'inflexion que l'on ne demande pas de préciser).

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Suites numériques	3 points
Exercice 5	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	8 points

1 0,5 0,5 1	Exercice 1 : (3 points) On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les points $A(-1, 0, 3)$, $B(3, 0, 0)$ et $C(7, 1, -3)$ et la sphère (S) d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0.$	1. Montrer que $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$ et en déduire que $3x + 4z - 9 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) . 2. Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(3, 1, 0)$ et son rayon est 5. 3. Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC) . a) Démontrer que $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 \\ z = 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) . b) Démontrer que la droite (Δ) coupe la sphère (S) aux deux points $E(6, 1, 4)$ et $F(0, 1, -4)$.
1 0,5 0,25 1,25	Exercice 2 : (3 points) 1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 6z + 10 = 0.$	2. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$, les points A, B et C d'affixes respectives: $a = 3 - i, b = 3 + i \text{ et } c = 7 - 3i.$ Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre A et d'angle $\frac{\pi}{2}$. a) Montrer que : $z' = iz + 2 - 4i$. b) Vérifier que l'affixe du point C' image du point C par la rotation R est $c' = 5 + 3i$. c) Montrer que : $\frac{c' - b}{c - b} = \frac{1}{2}i$ puis en déduire que le triangle BCC' est rectangle en B et que $BC = 2BC'$.
1	Exercice 3 : (3 points) Une urne contient cinq boules blanches, trois boules rouges et deux boules noires (les boules sont indiscernables au toucher). On tire au hasard, simultanément, quatre boules de l'urne.	1. On considère les deux événements : A : "tirer une seule boule rouge"

3	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2010 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعبة العلوم التجريبية بمصالحها

	et B : "tirer une boule blanche au moins". Montrer que $p(A) = \frac{1}{2}$ et que $p(B) = \frac{41}{42}$. 2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules rouges tirées.
0,25	a) Vérifier que les valeurs prises par la variable aléatoire X sont : 0, 1, 2 et 3.
1	b) Montrer que $p(X = 2) = \frac{3}{10}$ et $p(X = 0) = \frac{1}{6}$.
0,75	c) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .
	Exercice 4 : (3 points) On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = 2 \text{ et } u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$
0,75	1. Montrer par récurrence que $u_n - 1 > 0$ pour tout n de $\mathbb{N}$.
	2. On considère la suite numérique (v_n) définie par :
	$v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$
1	a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et en déduire que
	$v_n = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2} \right)^n \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$
0,75	b) Montrer que $u_n = \frac{v_n - 1}{2v_n - 1}$ et en déduire que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$.
0,5	3. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$ sachant que (w_n) est la suite numérique définie par :
	$w_n = \ln(u_n) \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$
	Exercice 5 : (8 points) I) On considère la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$.
0,5	1. Montrer que : $g'(x) = 4(2x + 1)e^{2x}$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
0,5	2. Montrer que la fonction g est croissante sur l'intervalle $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ et
	décroissante sur l'intervalle $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right]$.
0,5	3.a) Montrer que $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ et vérifier que $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$.

0,25	b) En déduire que : $g(x) > 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
	II) Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$. et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ ($\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 2 \text{ cm}$).
1	1. Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ puis montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (on rappelle que : $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$)
0,75	2. Montrer que : $f'(x) = g(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$ puis en déduire que la fonction f est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.
0,75	3.a) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et en déduire que la courbe (C) admet une branche parabolique de direction asymptotique celle de l'axe des ordonnées.
0,5	b) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)]$ et en déduire que la droite (Δ) d'équation $y = x + 1$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$.
0,5	c) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite (Δ) et la courbe (C) puis montrer que la courbe (C) est en-dessous de la droite (Δ) sur l'intervalle $]-\infty, \frac{1}{2}[$ et qu'elle est au-dessus de la droite (Δ) sur l'intervalle $]\frac{1}{2}, +\infty[$.
0,25	4.a) Montrer que : $y = x$ est une équation cartésienne de la droite (T) tangente à la courbe (C) au point O .
0,25	b) Montrer que la courbe (C) possède un point d'inflexion d'abscisse $-\frac{1}{2}$. (la détermination de l'ordonnée du point d'inflexion n'est pas demandée).
0,75	5. Construire les deux droites (Δ) et (T) et la courbe (C) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
1	6.a) En utilisant une intégration par parties, montrer que : $\int_0^{\frac{1}{2}} (2x-1)e^{2x} dx = 1 - \frac{e}{2}.$
0,5	b) Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) , la droite (T) tangente à la courbe (C) et les deux droites d'équations $x = 0$ et $x = \frac{1}{2}$ est égale à : $(6 - 2e) \text{ cm}^2$.

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة الاستدراكية 2010
- الموضوع -

RECEIVED
AGENCE DE L'EDUCATION
A SOCIÉTÉ
A SOCIÉTÉ A SOCIÉTÉ



السلطة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتكوين المهني
والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات
والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de cinq exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Géométrie dans l'espace	3 points
Exercice 2	Nombres complexes	3 points
Exercice 3	Calcul des probabilités	3 points
Exercice 4	Suites numériques	3 points
Exercice 5	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	8 points

2	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2010 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعبه العلوم التجريبية وعالمها

	Exercice 1 : (3 points) On considère, dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les points $A(0, -2, 0)$, $B(1, 1, -4)$ et $C(0, 1, -4)$ et la sphère (S) d'équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 11 = 0.$
0,5	1. Montrer que le centre de la sphère (S) est le point $\Omega(1, 2, 3)$ et son rayon est 5.
1	2. a) Montrer que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 4\vec{j} + 3\vec{k}$ et en déduire que $4y + 3z + 8 = 0$ est une équation cartésienne du plan (ABC) .
0,5	b) Calculer $d(\Omega, (ABC))$ puis en déduire que le plan (ABC) est tangent à la sphère (S) .
	3. Soit (Δ) la droite passant par le point Ω et perpendiculaire au plan (ABC) .
0,5	a) Démontrer que $\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 4t \\ z = 3 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (Δ) .
0,25	b) Démontrer que le triplet de coordonnées de H point d'intersection de la droite (Δ) et le plan (ABC) est $(1, -2, 0)$.
0,25	c) Vérifier que H est le point de contact du plan (ABC) et la sphère (S) .
	Exercice 2 : (3 points)
1	1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$, l'équation :
	$z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0.$
	2. On considère, dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives: $a = 8i$, $b = 4\sqrt{3} - 4i$ et $c = 2(4\sqrt{3} + 4i)$. Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{4\pi}{3}$.
0,5	a) Montrer que : $z' = \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$.
0,25	b) Vérifier que le point B est l'image du point A par la rotation R .
0,75	c) Montrer que : $\frac{a-b}{c-b} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ puis écrire le nombre $\frac{a-b}{c-b}$ sous forme trigonométrique.
0,5	d) En déduire que le triangle ABC est équilatéral.

Exercice 3 : (3 points)

Une urne contient huit boules portant les nombres :

(1), (1), (1), (2), (2), (2), (3), (3).

(les boules sont indiscernables au toucher).

On tire au hasard, successivement et sans remise, deux boules de l'urne.

- 1,25 1. Soit A l'événement : "tirer deux boules portant le nombre 2" et B l'événement : "tirer deux boules dont une au moins porte le nombre 1".

Montrer que $p(A) = \frac{3}{28}$ et que $p(B) = \frac{13}{28}$.

2. Soit X la variable aléatoire qui à chaque tirage associe le nombre de boules portant un nombre impair.

- 0,25 a) Déterminer les valeurs prises par la variable aléatoire X .

- 0,75 b) Montrer que $p(X=1) = \frac{15}{28}$.

- 0,75 c) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X .

Exercice 4 : (3 points)

On considère la suite numérique (u_n) définie par :

$$u_0 = 1 \text{ et } u_{n+1} = \frac{3u_n}{21 + u_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$$

- 0,5 1. Montrer que $u_n > 0$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

- 0,75 2. Montrer que $u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

- 0,5 3. Montrer que la suite (u_n) est décroissante et qu'elle est convergente.

- 0,75 4. a) Montrer par récurrence que $u_n < \left(\frac{1}{7}\right)^n$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$.

- 0,5 b) Déterminer la limite de la suite (u_n) .

Exercice 5 : (8 points)

I) On considère la fonction numérique g définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$g(x) = x^3 - x - 2\ln x + 3.$$

- 0,25 1.a) Vérifier que :

$$3x^3 - x - 2 = (x-1)(3x^2 + 3x + 2) \text{ pour tout } x \text{ de l'intervalle }]0, +\infty[.$$

- 0,5 b) Montrer que: $g'(x) = \frac{(x-1)(3x^2 + 3x + 2)}{x}$ pour tout x de l'intervalle $]0, +\infty[$.

- 0,25 2.a) Vérifier que: $\frac{3x^2 + 3x + 2}{x} > 0$ pour tout x de l'intervalle $]0, +\infty[$.

4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة الاستدراكية 2010 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعب العلوم التجريبية بفصالح

0,5	b) En déduire que le signe de $g'(x)$ est celui de $x-1$ sur $]0, +\infty[$.
0,5	3.a) Montrer que la fonction g est décroissante sur l'intervalle $]0,1]$ et qu'elle est croissante sur l'intervalle $[1, +\infty[$.
0,5	b) En déduire que $g(x) > 0$ pour tout x de l'intervalle $]0, +\infty[$ (remarquer que $g(1) > 0$).
	II) On considère la fonction numérique f définie sur $]0, +\infty[$ par :
	$f(x) = x - 1 + \frac{x - 1 + \ln x}{x^2}$
	et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (on prendra $\ \vec{i}\ = \ \vec{j}\ = 1\text{cm}$).
1	1. Montrer que : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ pour tout x de l'intervalle $]0, +\infty[$ puis en déduire que la fonction f est croissante sur l'intervalle $]0, +\infty[$.
0,5	2.a) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$ puis interpréter géométriquement ce résultat.
0,75	b) Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x - 1 + \ln x}{x^2} = 0$ et que $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (on rappelle que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$).
0,5	c) Montrer que la droite (Δ) d'équation $y = x - 1$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $+\infty$.
0,5	3. Montrer que $y = 3(x - 1)$ est une équation de la droite tangente à la courbe (C) au point de coordonnées $(1, 0)$.
0,75	4. Construire la droite (Δ) et la courbe (C) . (on admettra que la courbe (C) possède un point d'inflexion unique dont on ne demande pas de déterminer).
1	5.a) En utilisant une intégration par parties, montrer que :
	$\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx = 1 - \frac{2}{e} \text{ (poser } u'(x) = \frac{1}{x^2} \text{ et } v(x) = \ln x)$
0,5	b) Montrer que l'aire du domaine plan limité par la courbe (C) , la droite (Δ) et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$ est égale à $\left(1 - \frac{1}{e}\right) \text{cm}^2$.

1 4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا الدورة العادية 2011 - الموضوع -	REPUBLICA DE ALGERIA REPUBLIC OF ALGERIA ALGERIE ARABIE ALGERIE ARABIE		الجمهورية الجزائرية وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي والبحث العلمي
			المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه		

3	مدة الإجازة	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها	الشعبة أو المسلك

INSTRUCTIONS GENERALES

- ✓ L'utilisation de la calculatrice non programmable est autorisée ;
- ✓ Le candidat peut traiter les exercices de l'épreuve suivant l'ordre qui lui convient ;
- ✓ L'utilisation de la couleur rouge lors de la rédaction des solutions est à éviter.

COMPOSANTES DU SUJET

L'épreuve est composée de quatre exercices indépendants entre eux et répartis suivant les domaines comme suit :

Exercice 1	Equations et inéquations	2,5 points
Exercice 2	suites numériques	3 points
Exercice 3	Nombres complexes	5 points
Exercice 4	Etude d'une fonction numérique et calcul intégral	9,5 points

2	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2011 - الموضوع
4		- مادة الرياضيات - شعب العلوم التجريبية وعلوم الصحة

0,5 1 1	Exercice 1 : (2,5 points) 1. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $x^2 + 4x - 5 = 0$. b) Résoudre dans l'intervalle $]0; +\infty[$ l'équation : $\ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x).$ 2. Résoudre dans l'intervalle $]0; +\infty[$ l'inéquation : $\ln x + \ln(x + 1) \geq \ln(x^2 + 1).$
0,5 1,5 1	Exercice 2 : (3 points) On considère la suite numérique (u_n) définie par : $u_0 = 1 \text{ et } u_{n+1} = \frac{u_n}{5 + 8u_n} \text{ pour tout } n \text{ de } \mathbb{N}.$ 1. Montrer par récurrence que $u_n > 0$ pour tout n de $\mathbb{N}$. 2. On pose : $v_n = \frac{1}{u_n} + 2$ pour tout n de $\mathbb{N}$. a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 5 puis exprimer v_n en fonction de n. b) Montrer que $u_n = \frac{1}{3 \times 5^n - 2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$ puis calculer la limite de la suite (u_n).
1 1 0,5 1 1,5	Exercice 3 : (5 points) 1. Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 18z + 82 = 0.$ 2. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$, les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 9 + i, b = 9 - i \text{ et } c = 11 - i.$ a) Montrer que $\frac{c - b}{a - b} = -i$ puis en déduire que le triangle ABC est rectangle isocèle en B. b) Donner une forme trigonométrique du nombre complexe $4(1 - i)$. c) Montrer que : $(c - a)(c - b) = 4(1 - i)$ puis en déduire que : $AC \times BC = 4\sqrt{2}$. d) Soit z l'affixe d'un point M du plan et z' l'affixe du point M' image de M par la rotation R de centre B et d'angle $\frac{3\pi}{2}$. Montrer que : $z' = -iz + 10 + 8i$ puis vérifier que l'affixe du point C' image du point C par la rotation R est $9 - 3i$.

Exercice 4 : (9,5 points)

I- On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = (1-x)e^x - 1$.

- 0,5 1.a) Montrer que : $g'(x) = -xe^x$ pour tout x de $\mathbb{R}$.
- 0,75 b) Montrer que la fonction g est décroissante sur $[0; +\infty[$ et croissante sur l'intervalle $]-\infty; 0]$ et vérifier que $g(0) = 0$.

0,5 2. En déduire que : $g(x) \leq 0$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

II- Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (2-x)e^x - x$.
et soit (C) la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité : 1cm).

- 0,5 1.a) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$.
- 0,75 b) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$ puis en déduire que la courbe (C) admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$ dont on précisera la direction.
- 0,75 2.a) Montrer que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ puis calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) + x]$.
(on rappelle que : $\lim_{x \rightarrow +\infty} xe^x = 0$).

0,25 b) Montrer que la droite (D) d'équation $y = -x$ est une asymptote à la courbe (C) au voisinage de $-\infty$.

0,5 3.a) Montrer que : $f'(x) = g(x)$ pour tout x de $\mathbb{R}$.

0,25 b) Interpréter géométriquement le résultat : $f'(0) = 0$

0,5 c) Montrer que la fonction f est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ puis dresser le tableau de variations de la fonction f .

0,5 4. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que $\frac{3}{2} < \alpha < 2$ (on admettra que $e^{\frac{3}{2}} > 3$).

0,5 5.a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) + x = 0$ et en déduire que (C) et (D) se coupent au point $A(2; -2)$.

0,25 b) Etudier le signe de $f(x) + x$ sur $\mathbb{R}$.

0,25 c) En déduire que (C) est au-dessus de (D) sur $]-\infty; 2[$ et en-dessous de (D) sur $]2; +\infty[$.

0,5 6.a) Montrer que la courbe (C) possède un point d'inflexion unique de coordonnées $(0; 2)$.

1 b) Construire la droite (D) et la courbe (C) dans le même repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

4	الصفحة:	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2011 - الموضوع - مادة الرياضيات - شعبه العلوم التجريبية ومعالجتها
4		

1	7.a) Montrer, à l'aide d'une intégration par parties, que :
	$\int_{-1}^0 (2-x)e^x dx = 3 - \frac{4}{e}.$
0,25	b) En déduire, en cm^2 , l'aire du domaine plan limité par la courbe (C), la droite (D) et les droites d'équations $x = -1$ et $x = 0$.