

La proportionnalité

I) La proportionnalité: (Rappel)

a) Définition :

Soit a , b , c et d des nombres rationnels non nuls.

On dit que les nombres a , b , c et d forment une proportionnalité si. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

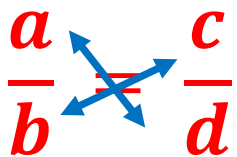
b) Vocabulaire :

On a $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = k$ et on dit que k est le **coefficient** de proportionnalité

a et d sont les **extrêmes** et b et c sont les **moyens**.

Le nombre d est la **quatrième proportionnelle**.

d) Propriété :


$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Signifie que $a \times d = b \times c$

Autrement dit , le produit des extrêmes est égale au produit des moyens

Exemple:

250 grammes de café coûtent 22,5 MAD. Calcule le prix pour 350 g de ce café.

Soit x le prix à payer.

On sait que , le prix est proportionnel à la masse du produit. :

Donc :

$$\frac{22,5}{250} = \frac{x}{350}$$

$$\text{D'où } x = \frac{22,5 \times 350}{250} = 31,5 \text{ MAD}$$

<i>Masse du café</i>	<i>250</i>	<i>350</i>
<i>Prix</i>	<i>22,5</i>	<i>x</i>

Par application de la règle de trois

II) Représentation graphique d'une proportionnalité

Enoncé: *Le tableau ci-dessous donne le prix d'un fruit en fonction de sa masse.*

Masse (en kg)	1,5	1,75	2,5	3,25	4,5
Prix (en dh)	36	42	60	78	108

- 1) Le tableau est-il un tableau de proportionnalité?*
- 2) Comment passe-t-on de la première ligne à la deuxième ?*
- 3) Calculer (en MAD) le prix de 2 kilos du fruit .*
- 4) Représenter graphiquement le tableau ci-dessus .(placer la masse sur l'axe des abscisses et le prix sur l'axe des ordonnées)*

Réponse:

On a $\frac{36}{1,5} = \frac{42}{1,75} = \frac{60}{2,5} = \frac{78}{3,25} = \frac{108}{4,5} = 24$

donc c'est un tableau de proportionnalité.

2) On passe de la 1^{ère} ligne à la 2^{ème} ligne en multipliant par 24.

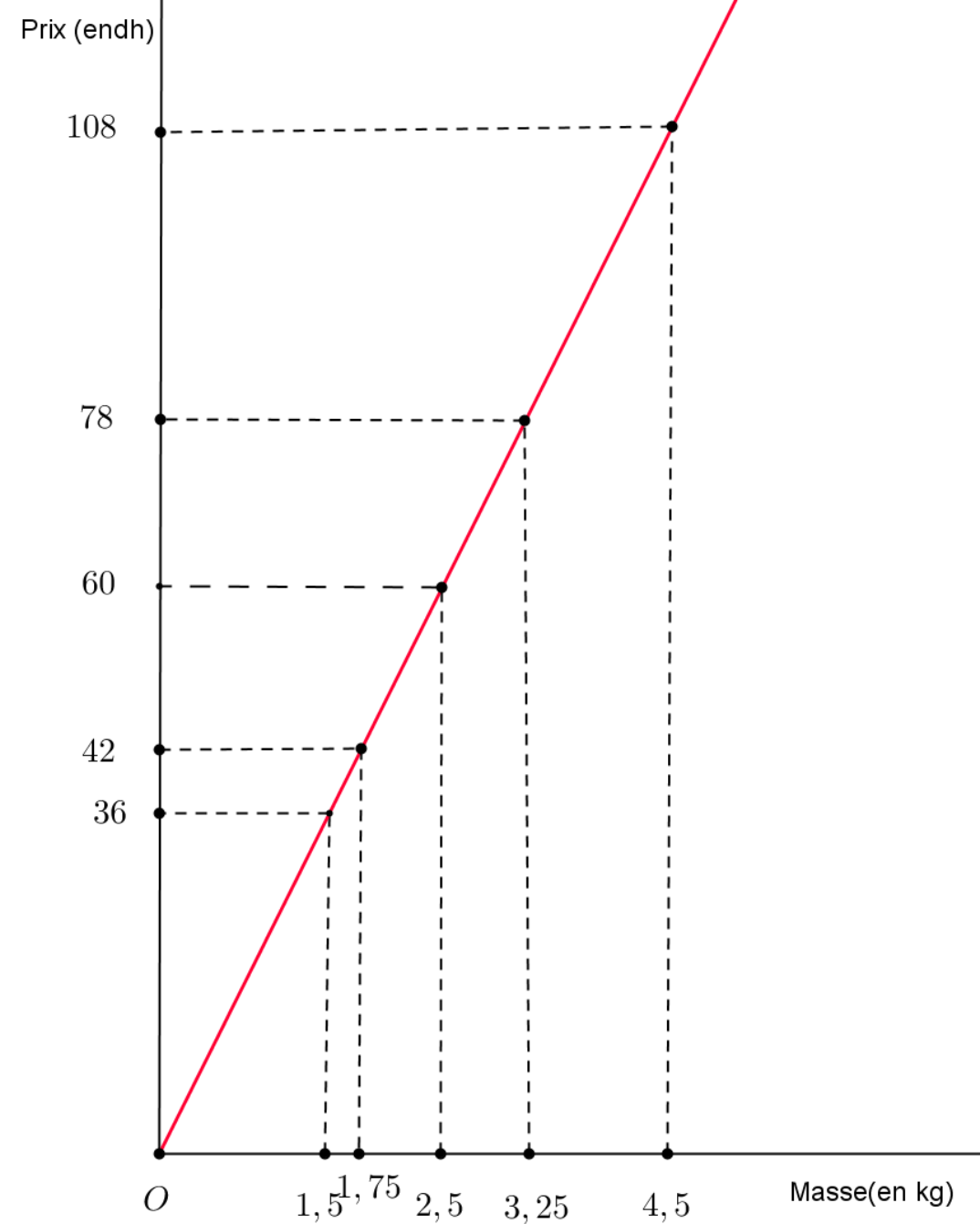
Le nombre 24 est : le coefficient de proportionnalité.

Pour calculer le prix de 2 kg du fruit, il faut multiplier par 24 ; on obtient alors : $2 \times 24 = 48$

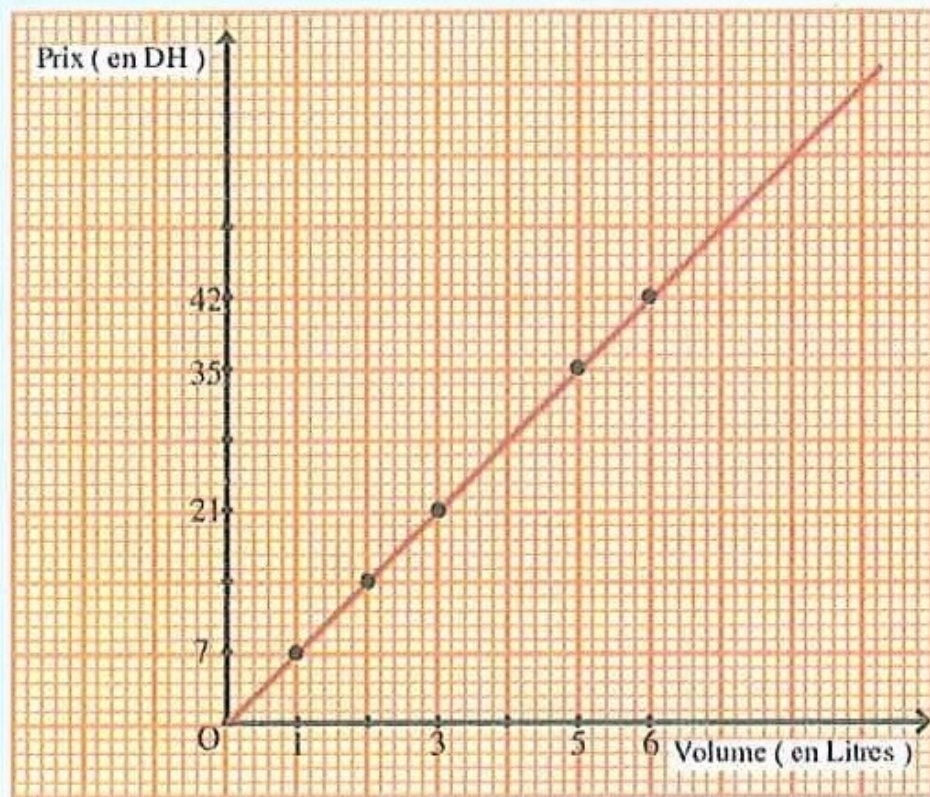
4) La représentation graphique :

On remarque que tous les points sont alignés. Donc

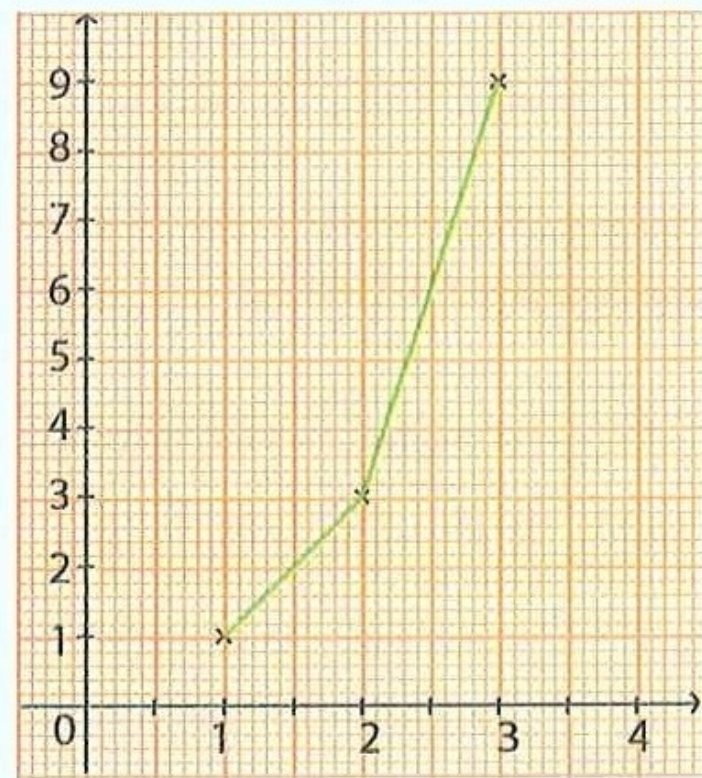
La représentation graphique d'une situation de proportionnalité est une droite qui passe par l'origine.



Exemple :



Représentation graphique d'une situation de proportionnalité



Représentation d'une situation qui n'est pas de proportionnalité

III) Le pourcentage :

1) Trouver le pourcentage

Un collège comporte 640 élèves dont 288 élèves sont internes.

Calculer Le pourcentage des élèves internes.

$$\frac{640}{100} = \frac{288}{p}$$

D'où $p = \frac{288 \times 100}{640} = 45\%$

<i>élèves</i>	<i>640</i>	<i>288</i>
<i>Pourcentage (en %)</i>	<i>100</i>	<i>p</i>

2) Trouver la quantité d'un pourcentage

Prendre $t\%$ d'une quantité signifie prendre $\frac{t}{100}$ de cette quantité

Exemple :

L'air que nous respirons contient 21% d'oxygène.

Alors la quantité d'oxygène que contiennent les 120 000 litres

d'air de notre salle de classe est : $\frac{21}{100} \times 120\,000 = 25\,200$ l.

IV) Échelle

Activité :

La distance réelle entre Casablanca et Rabat est 86,9 km et sur la carte est 7,2 cm .

Déterminer l'échelle de cette carte.



Rappel :

L'échelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les longueurs sur le plan et les longueurs réelles:

$$e = \frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}}$$

Remarque : les longueurs doivent être exprimées dans la même unité.

Application numérique :

$$e = \frac{7,2 \text{ cm}}{8690000 \text{ cm}} = 0,000000828$$

Exemple : Un plan cadastral est à l'échelle $\frac{1}{500}$

Sur ce plan, un chemin a pour longueur 13cm.

Calculer la longueur réelle de ce chemin

Alors sa longueur réelle est : $L = \frac{13 \text{ cm}}{\frac{1}{500}}$

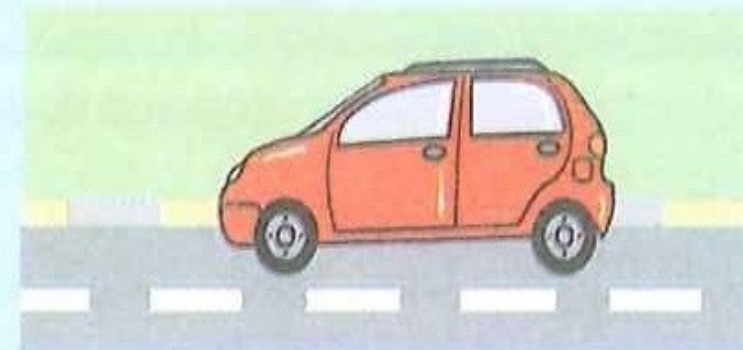
$$L = 13 \times 500 \text{ cm} = 6500 \text{ cm}$$

soit.: $L = 65 \text{ m}$

Activité 5 Vitesse moyenne

Un automobiliste a parcouru 165 km en 1h30min .

- 1 Calculer la vitesse moyenne de l'automobiliste.
- 2 Calculer la durée lorsque l'automobiliste a parcouru 275 km



5 VITESSE MOYENNE

Définition 4

La vitesse moyenne v d'un mobile parcourant une distance d pendant une durée t est

le quotient de d par t : $v = \frac{d}{t}$.

Exemple : Une voiture roule pendant 3h à 69 km/h .

Calculons la distance parcourue.

